

Оглавление

1	Введение	3
2	Литературный обзор	5
2.1	Двумерная электронная система в гетероструктуре ZnO/MgZnO	5
	◦ Сила электрон-электронного взаимодействия	7
	◦ Перенормировка массы и спиновой восприимчивости	7
2.2	Транспортные свойства двумерной электронной системы	9
	◦ Эффект Холла	10
	◦ Квантовый эффект Холла	12
2.3	Фазовый переход в режиме квантового эффекта Холла	14
2.4	ЭПР-спектроскопия фазового перехода	17
	◦ Спиновый резонанс в двумерной электронной системе	17
	◦ Механизм детектирования спинового резонанса в электриче- ском сопротивлении	19
	◦ Спиновое упорядочение фактора заполнения $\nu = 2$	20
	◦ Аномальный спиновый резонанс	21
3	Экспериментальная методика	26
	◦ Схема детектирования с помощью одного и двух синхронных усилителей	26
4	Ферромагнитный переход на факторе заполнения $\nu = 3$	29
	◦ Фазовый переход при изменении угла Θ	29
	◦ Фазовый переход при критическом угле	31
	◦ Смещение границы исчезновения ЭПР	31
5	Заключение	34
6	Приложение	35
6.1	Теорема Кона	35
6.2	Теорема Лармора	35
6.3	Спиновая восприимчивость в теории Ферми жидкости	36

Глава 1

Введение

Одним из главных достижений физики низкоразмерных электронных систем стало открытие состояний целочисленного [Klitzing *et al.* (1980)] и дробного квантового эффекта Холла [Tsui *et al.* (1982), Laughlin (1983)]. Непреходящий интерес к этой области в том числе связан с существенным влиянием электрон-электронного взаимодействия на основное состояние и на спектр возбуждений. Этот аспект приводит к возникновению сложной, богатой и интересной физики сильно коррелированных двумерных электронных систем (ДЭС).

Центральное место исследования квантового эффекта Холла (КЭХ) занимает магнетотранспорт, в котором изначально и проявили себя квантовые несжимаемые состояния. Методика оказалась чувствительна к огромному множеству параметров системы. Однако транспортные измерения ограничены в изучении свойств возбуждений основного состояния. Дополнительно применяется эффективный метод экспериментального изучения — магнито-оптика ДЭС [Kukushkin and Timofeev (1996)]. Методики фотолюминесценции (ФЛ) и неупругого рассеяния света позволяют анализировать оптические переходы, получать плотности состояний дисперсии квазичастиц независимо от магнетотранспорта, но также имеют ряд ограничений при изучении электронной системы.

В моей дипломной работе физика ДЭС изучается с помощью спектроскопии ЭПР, детектируемого в электрическом сопротивлении. Методика была предложена в работе Stein *et al.* (1983) и представляет из себя объединение спектроскопии возбуждения спинового резонанса и транспортных измерений. Методика за долгую историю нашла применения для характеристики низкоразмерных электронных систем, в том числе она позволяет извлекать константы спин-орбитального взаимодействия и времена спиновой релаксации. Далее, будет показано, что ЭПР-спектроскопия плодотворна в изучении квантовохолловского ферромагнетизма и позволяет изучать спиновое упорядочение в разных квантовохолловских магнитных фазах сильно коррелированной электронной системы.

Прогресс технологии роста структур и разнообразия двумерных систем позволяет изучать новые явления физики ДЭС. Так, в работе будет изучаться высокоподвижная электронная система в гетеропереходе ZnO/MgZnO с большим влиянием межчастичного взаимодействия. В этой электронной системе малое спин-орбитальное взаимодействие относительно широко изученной ДЭС гетеропереходе GaAs/AlGaAs и всего одна долина в зоне проводимости, что значительно упрощает анализ экспериментальных данных спинового упорядочения основного состояния.

Диплом разделён на несколько частей. В главе 2 даётся введение в предмет исследования. Обсуждается электронный транспорт ДЭС в гетеропереходе ZnO/MgZnO в квантующих магнитных полях и влияние сильного электрон-электронного взаимо-

действия на свойства электронной системы. Далее, подробно рассматривается фазовый переход (ФП) в режиме квантового эффекта Холла как центральное явление магистерской работы. Последняя часть литературного обзора посвящена ЭПР-спектроскопии ФП. В ней рассматривается методика электрически-детектируемого спинового резонанса применительно к анализу магнитного порядка в факторах заполнения КЭХ. В главе 3 приведены детали постановки эксперимента. В том числе характеристики исследуемого образца ZnO/MgZnO и схема детектирования сигнала ЭПР. Наконец, в главе 4 представлены результаты дипломной работы — изучение ФП на факторе заполнения $\nu = 3$.

Глава 2

Литературный обзор

2.1 Двумерная электронная система в гетероструктуре ZnO/MgZnO

Кристаллическая структура ZnO - гексагональная типа вюрцита (рис. 2.1 (a)). Атом цинка окружён атомами кислорода, но смещён из центра тетраэдра. Это нарушает инверсионную симметрию и приводит к ненулевой спонтанной поляризации вдоль [0001] кристаллической оси. В таблице 2.1 приведены основные физические параметры ZnO.

Таблица 2.1: Физические параметры ZnO. a , c - константы решетки (см. Рис. 2.1), E_g , E_X - ширина запрещённой зоны, энергия связи экситона, E_C , E_V - положение края зоны проводимости и валентной зоны относительно вакуума, m^* , ε - эффективная масса электрона и диэлектрическая проницаемость [6].

a (nm)	c (nm)	E_g (eV)	m^*/m_0	$\varepsilon/\varepsilon_0$	E_X (meV)	E_C (eV)	E_V (eV)
0.3250	0.5204	3.37	0.29	8.3	60	4.1	7.5

Замещение атомов цинка атомами магния модифицирует кристаллическую решётку; атом в тетраэдре ещё сильнее удаляется от центра и тем самым в $\text{Mg}_x\text{Zn}_{1-x}\text{O}$ меняется величина поляризации относительно ZnO. Из-за этого на интерфейсе ZnO и MgZnO образуется потенциальная яма для электронов в зоне проводимости. Увеличение доли магния в соединении $\text{Mg}_x\text{Zn}_{1-x}\text{O}$ увеличивает поверхностную концентрацию электронов [6] (рис. 2.1(b)). Там же представлена зависимость подвижности от величины x : наблюдается пик при $n \simeq 1.4 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ($x \simeq 0.01$). Рост подвижности при увеличении n в области малых долей магния связан, видимо, с увеличением экранировки заряженных примесей вблизи двумерной системы, а подавление подвижности в области больших x — с общим ухудшением чистоты ДЭС.

Под двумерной электронной системой понимается электронная система, искусственно ограниченная вдоль одного из пространственных направлений так, что движение электронов вдоль этого направления квантовано. В работе Solovyev *et al.* 2015 методиками оптической спектроскопии были получены зависимости от концентрации для энергии между основным и первым уровнем размерного квантования E_{10} (рис. 2.2 (a)). Энергия Ферми в двумерном случае $E_F = \pi \hbar n / m^* < E_{10}$. Таким образом, в изучаемых нами образцах заполнен лишь основной уровень размерного квантования, так что распространение электронов возможно лишь в плоскости. Однако волновая

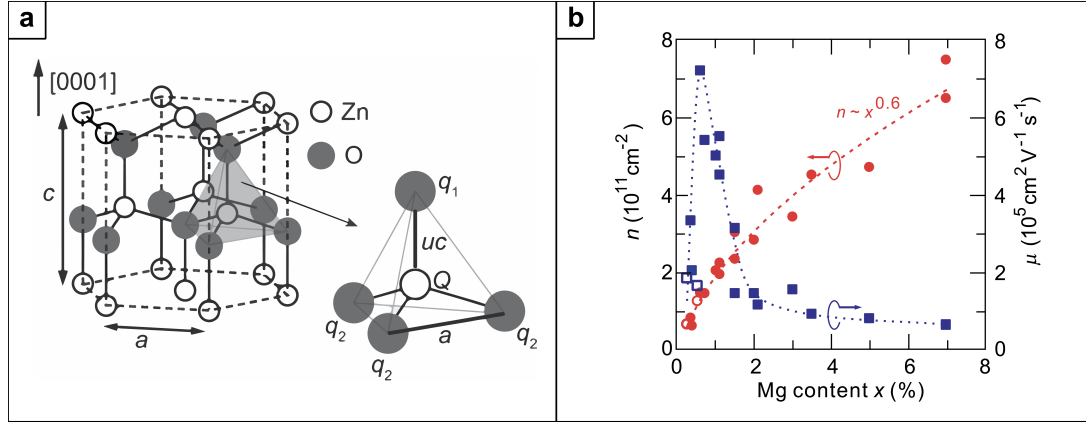


Рис. 2.1: (a) Структура кристалла вюрцита ZnO. Закрашенные и пустые круги - атомы кислорода и цинка соответственно. (b) Зависимость поверхностной концентрации и подвижности электронов проводимости при изменении доли магния x в соединении $\text{Mg}_x\text{Zn}_{1-x}\text{O}$ [6].

функция имеет ненулевую ширину вдоль оси Z . Посредством самосогласованного решения уравнения Пуассона и уравнения Шрёдингера, авторы рассчитали профиль зоны проводимости и волновую функцию электронов (рис. 2.2). Ширина на уровне половины высоты волновой функции электронов получилась $\simeq 5$ нм и уменьшается с ростом концентрации. Видно, что из-за электрического поля разности спонтанных поляризаций материальных систем гетероперехода на интерфейсе образуется квантовая яма. Прерывистыми линиями схематично обозначены уровни размерного квантования E_0 , E_1 и уровень Ферми E_F .

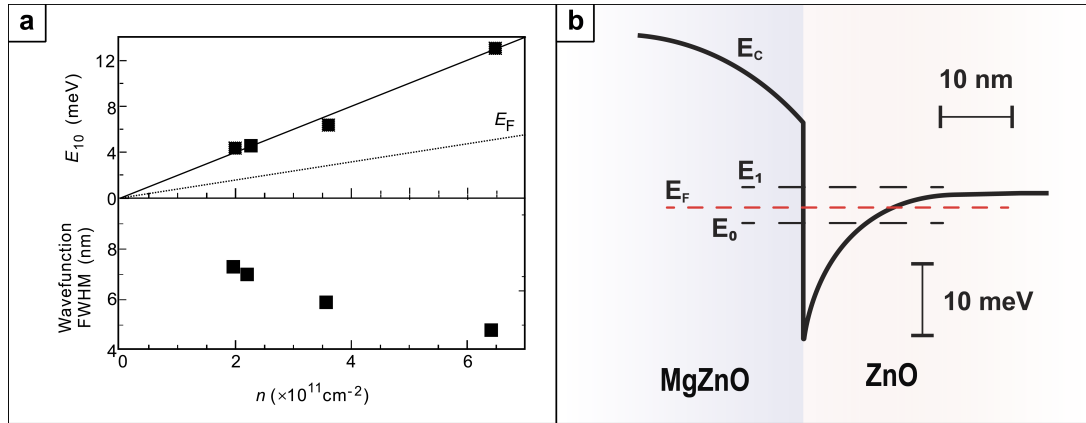


Рис. 2.2: (a) Зависимость возбуждения первого уровня размерного квантования E_{10} от поверхностной концентрации; пунктиром показано изменение энергии Ферми, то есть заполнен только основной уровень размерного квантования. (b) Схематичное представление профиля зоны проводимости, уровней размерного квантования и энергии Ферми [7].

Двумерная электронная система гетероперехода ZnO/MgZnO выделяется на фоне множества альтернативных полупроводниковых систем по нескольким причинам:

- ZnO - однодолинный полупроводник с широкой запрещённой зоной, образование высокоподвижной ДЭС ZnO/MgZnO не предполагает допирования и в этой системе малы константы спин-орбитального взаимодействия. Это в совокупности с большим g -фактором упрощает анализ экспериментальных результатов и существенно отличает двумерную систему гетероперехода ZnO/MgZnO

от широко изученной двумерной системы GaAs/AlGaAs, в которой g-фактор в несколько раз меньше, а константы спин-орбитального взаимодействия больше на порядок [8]. Система гетероперехода ZnO/MgZnO выступает удобной платформой для изучения спиновой поляризации в режиме квантового эффекта Холла.

- Большая эффективная масса и малая диэлектрическая проницаемость относительно GaAs/AlGaAs. Это приводит к тому, что уже при концентрациях $n \sim 10^{11} \text{ см}^{-2}$ кулоновская энергия в несколько раз превышает энергию Ферми. Электронная система в квантовой яме ZnO/MgZnO по этой причине считается сильно коррелированной.

Силу электрон-электронного взаимодействия оценивают при помощи параметра отношения кулоновской энергии $E_C = e^2/4\pi\epsilon_0\epsilon r_0$ к энергии Ферми $E_F = \hbar^2 k_F^2/2m^*$, среднее расстояние между электронами (радиус Вигнера-Зейтца) $r_0 = (\pi n)^{-1/2}$, а $k_F = \sqrt{2\pi n}$. В двумерном случае эта величина совпадает с безразмерным радиусом Вигнера-Зейтца:

$$r_s = \frac{r_0}{a_B} = \frac{1}{\sqrt{\pi n a_B}} = \frac{E_C}{E_F} = \frac{m^* e^2}{4\pi \hbar^2 \epsilon_0 \epsilon} \frac{1}{\sqrt{\pi n}}. \quad (2.1)$$

Здесь константа a_B - радиус Бора. Для удобства в ДЭС ZnO/MgZnO с параметрами из Таблицы 2.1: $r_s \simeq 12/\sqrt{n}$, n - концентрация в единицах 10^{11} см^{-2} . В случае $r_s \simeq 10$ физика двумерных электронов в этой системе существенно многочастичная. В присутствии сильных корреляций предполагается возможное существование экзотических возбуждений и новых основных состояний электронной системы. Полная диаграмма разных фаз ДЭС гетероперехода ZnO/MgZnO - открытая тема исследования.

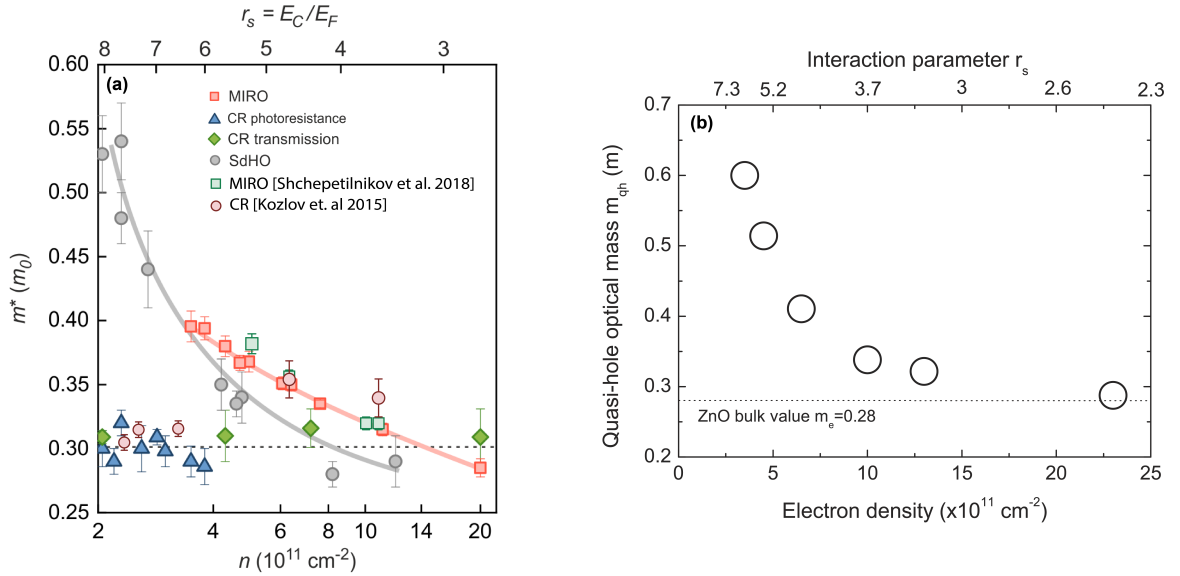


Рис. 2.3: (а) Эффективная масса в единицах m_0 , измеренная разными методиками и научными группами. ■, ▼, ◆, ● взяты из работы [9], ■ из [10] и ● из [11]. (б) Эффективная масса квазичастиц-дырок из экспериментов по фотолюминесценции [12].

Из 2.1 следует, что в области больших концентраций корреляции малы. Такой поведение реализуется, например, в металлах. В области малых концентраций

влияние электрон-электронного взаимодействия растёт, что, в том числе, приводит к ренормализации параметров двумерной системы, а именно эффективной массы, спиновой восприимчивости и эффективного g -фактора. На рис. 2.3 (а) представлен график изменения перенормированной массы электрона m^* от поверхностной концентрации. Зелёные квадраты, полученные в экспериментах по индуцированным микроволновым излучением осцилляций магнетосопротивления (MIRO - microwave induced resistance oscillations), взяты из работы [Shchepetilnikov et al. \(2018\)](#); красные круги - эффективная масса, которая берётся из анализа циклотронного резонанса (CR) [[Kozlov et al. \(2015\)](#)]. Остальные экспериментальные точки и сам график взяты из работы [Tabrea \(2022\)](#). Видно, что эффективные массы электрона, получаемые в разных экспериментах, существенно разные, так что не могут отождествляться. Уменьшение концентрации приводит к перенормировке массы из экспериментов MIRO и из температурного анализа осцилляций Шубникова - де Гааза (SdHO - Shubnikov-de Haas oscillations). На эффективную массу из экспериментов по циклотронному резонансу электрон-электронное взаимодействие не влияет в связи с теоремой Кона: $m_{CR} = m_{bulk} = 0.3m_0$ (горизонтальная пунктирная линия) [Подробнее про теорему см. приложение 6.1]. Однако зависимость от концентрации может наблюдаться, видимо, из-за эффектов непараболичности [11]. Эксперименты по фотолюминесценции электрон-дырочной системы (рис. 2.3 (b)) дают схожие результаты увеличения m^* [[Solovyev et al. \(2015\)](#)].

Учёт перенормировки параметров системы из-за электрон-электронного взаимодействия делается в рамках теории Ферми-жидкости Ландау [[Landau and Lifshitz \(1957\)](#)]. В этой теории эффективная масса определяется через скорость Ферми:

$$m^* = \frac{\hbar k_F}{v_F^*}, \quad \text{где } v_F^* = \frac{1}{\hbar} \left| \frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{k}\sigma}}{\partial \mathbf{k}} \right|_{k=k_F}. \quad (2.2)$$

Итоговая перенормировка выражается через параметр Ландау F_1^s и эффективную массу m системы без учёта кулоновского взаимодействия:

$$\frac{m^*}{m} = 1 + \frac{1}{2} F_1^s, \quad (2.3)$$

Похожим образом меняется спиновая восприимчивость - величина пропорциональности между магнитным полем и намагниченностью электронной системы $M = \chi B$ [Приложение 6.3]:

$$\frac{\chi^*}{\chi} = \frac{m^* g^*}{m g}, \quad (2.4)$$

Зависимости спиновой восприимчивости от концентрации даны на рис. 2.4. Панель (а) соответствует типичному в эксперименте диапазону концентраций; (b) включает также низкие концентрации $\sim 10^{10} \text{ см}^{-2}$. Как видно, при уменьшении концентрации величина $g^* m^*$ может увеличиться в десятки раз.

Наконец, теория Ферми-жидкости Ландау предсказывает и изменение g -фактора из-за межчастичного взаимодействия:

$$\frac{g^*}{g} = \frac{1}{1 + F_0^a}, \quad (2.5)$$

Здесь g - эффективный g -фактор без учёта кулоновского взаимодействия. Однако есть трудность в постановке эксперимента по детектированию этой перенормировки. По теореме Лармора [Приложение 6.3] электрон-электронное взаимодействие не влияет на резонансную частоту, то есть частоту спинового резонанса определяет

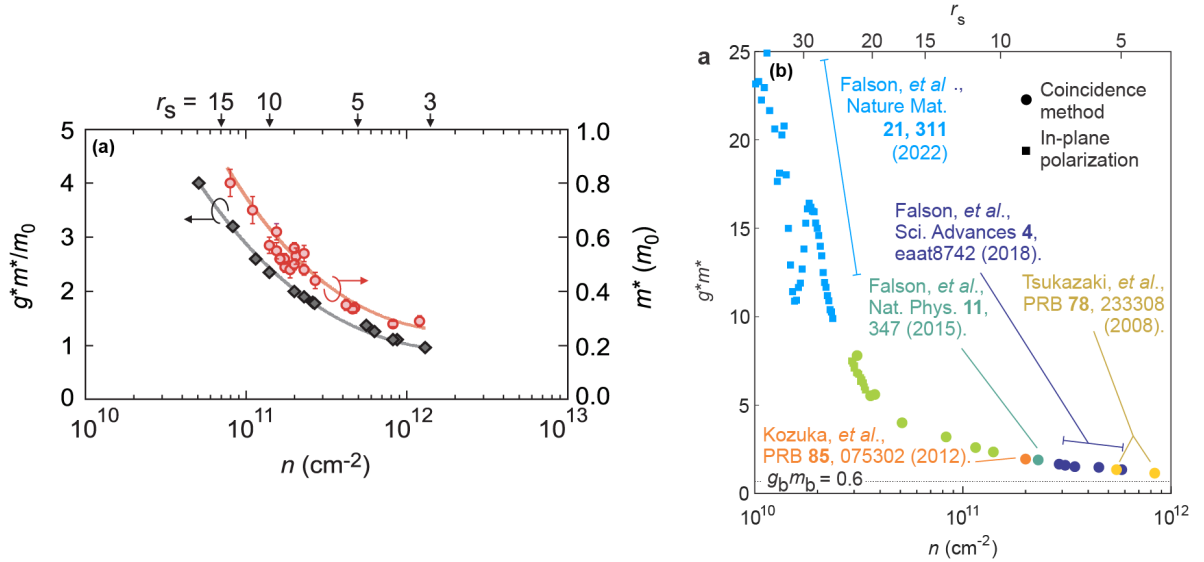


Рис. 2.4: Перенормировка спиновой восприимчивости в области (a) больших и (b) малых поверхностных концентраций. Величина g^*m^* увеличивается в десятки раз [14, 15].

g , а не g^* . Активационный метод, в том числе о котором будет написано в следующем подразделе, даёт сложные для интерпретации результаты.

2.2 Транспортные свойства двумерной электронной системы

Простейшая теория движения электронов в электрическом поле была развита П. Друде в начале 20го века. В модели предполагается, что электроны с зарядом $-e$ движутся независимо друг от друга на фоне атомов кристаллической решётки. В этой связи масса m электрона отличается от массы свободного электрона m_0 . Взаимодействие электронов с окружением описывается временем рассеяния τ — средним временем рассеяния электрона на фононах и дефектах. Между актами рассеяния электрон движется по прямой линии. В этом приближении уравнение движения имеет вид:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -m \frac{\mathbf{v}}{\tau} - e\mathbf{E}. \quad (2.6)$$

В стационарном режиме скорость постоянная:

$$\mathbf{v}_D = -\frac{e\tau}{m} \mathbf{E} = -\mu \mathbf{E}, \quad (2.7)$$

где по определению была введена подвижность μ как величина пропорциональности между электрическим полем и стационарной скоростью. Для удобства выразим ток через друдевскую скорость:

$$\mathbf{j} = -en\mathbf{v}_D = \frac{ne^2\tau}{m} \mathbf{E} = \sigma_0 \mathbf{E} = \frac{1}{\rho_0} \mathbf{E} \quad (2.8)$$

Таким образом, подвижность определяет отклик электронной системы на электрическое поле и наравне со временем рассеяния, используется для характеристики

чистоты ДЭС. На эксперименте используется формула 2.8, переписанная относительно подвижности:

$$\mu = \frac{1}{ne\rho_0}. \quad (2.9)$$

Здесь n - двумерная концентрация носителей заряда, удельное сопротивление ρ_0 в 2D связано с сопротивлением соотношением $\rho_0 = R_{\square} = R/(L/W)$. $R_{\square}$ - сопротивления, нормированное на количество квадратов, W ширина и L длины вдоль направления распространения тока. Подвижности самых чистых электронных систем, которые реализуются в гетеропереходе GaAs/AlGaAs, $\sim 10^8$ см²/Вс [16]. Для изучаемой в этой работе двумерной электронной системе ZnO/MgZnO рекордные подвижности на два порядка меньше.

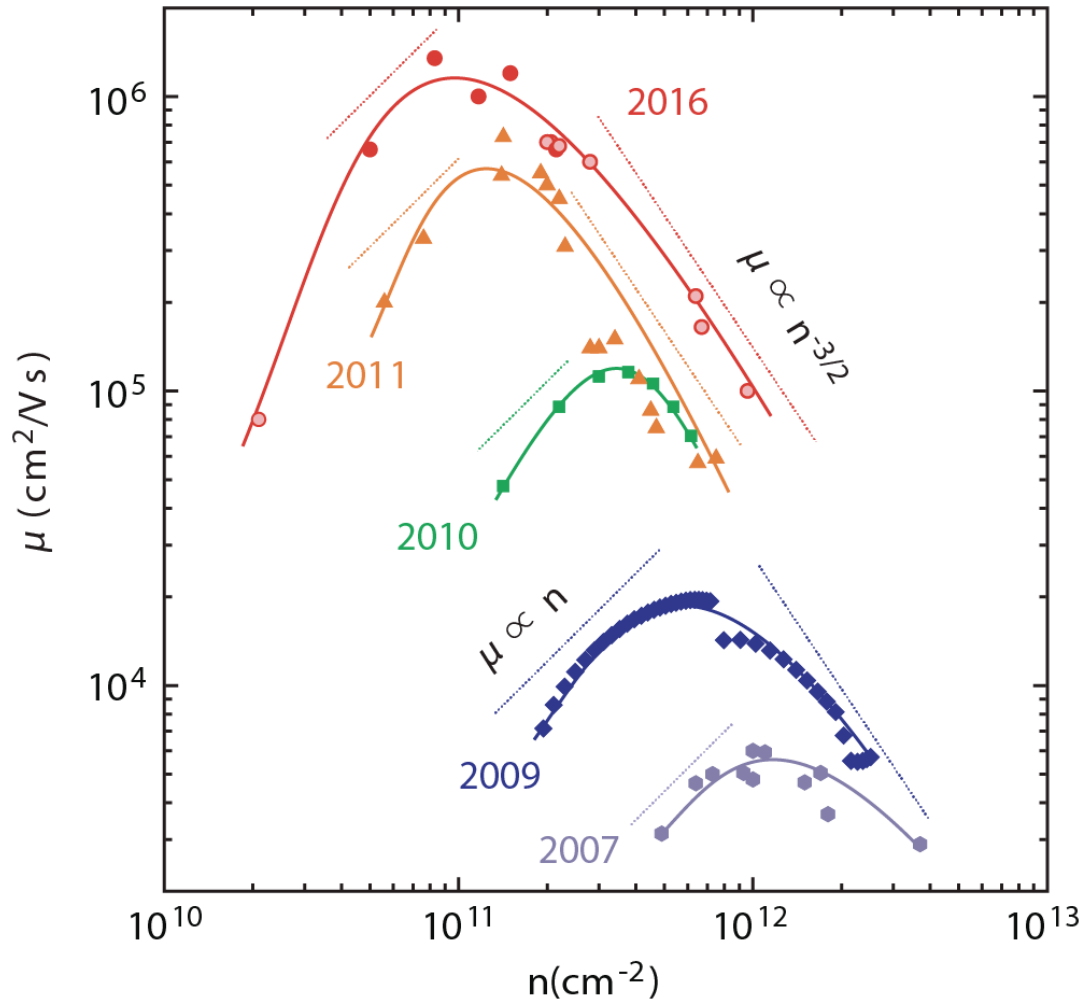


Рис. 2.5: Подвижность электронов как функция двумерной концентрации в процессе развития технологии производства MgZnO/ZnO гетероструктур [14].

На рис. 2.5 представлена эволюция качества производимых электронных систем ZnO/MgZnO гетероперехода. За начало взят год 2007, где впервые наблюдался квантовый эффект Холла в этих системах [Tsukazaki *et al.* (2007)]. Структура, которая легла в основу этой дипломной работы, на рис. 2.5 соответствует году 2011 с подвижностью 270×10^3 см²/Вс, а передовые структуры этого гетероперехода обладают подвижностями $\sim 10^6$ см²/Вс.

В гетеропереходе ZnO/MgZnO электроны с той или иной интенсивностью рассеиваются из-за неоднородности соединения ZnO/MgZnO, из-за неровностей поверх-

ности Zn и MgZnO, из-за ионизованных примесей и дислокаций, из-за флуктуаций потенциала барьера, а также рассеиваются на разных типах фононов. Итоговая подвижность электронов получается в соответствии с правилом Матиссена

$$\mu = \frac{e}{m} \left(\sum_i \frac{1}{\tau_i} \right). \quad (2.10)$$

Здесь суммируются разные механизмы рассеяния со временами τ_i ; m — эффективная масса. Интересно, что есть оптимальная концентрация, которая максимизирует подвижность: увеличение концентрации улучшает экранирование заряженных примесей и неоднородностей толщины барьера, но одновременно увеличивается неоднородность интерфейса [18, 19]. При больших температурах ($T \gg 1$ K) рассеяние на фононах лимитирует подвижность, однако в интересующей нас области малых температур рассеяние на фононах подавлено относительно других механизмов [20]. Так, традиционно рассматривается два времени рассеяния. Во-первых, это квантовое время рассеяния — характерное время изменения квантового состояния электрона τ_q . Во-вторых, это время, связанное с релаксацией импульса в определённом направлении τ_t . Очевидно, что время рассеяния τ_q меньше времени рассеяния в выбранном направлении τ_t , так что $\tau_t > \tau_q$. Их отношение τ_t/τ_q удобно для понимания какой тип рассеяния преобладает в системе: малое значение указывает на преобладание рассеяния ближнего порядка, в то время как большое соотношение указывает на беспорядок на дальних расстояниях. Для ZnO/MgZnO $\tau_t/\tau_q \sim 5$ для концентрации носителей, как у исследуемого образца [Falson and Kawasaki (2018)].

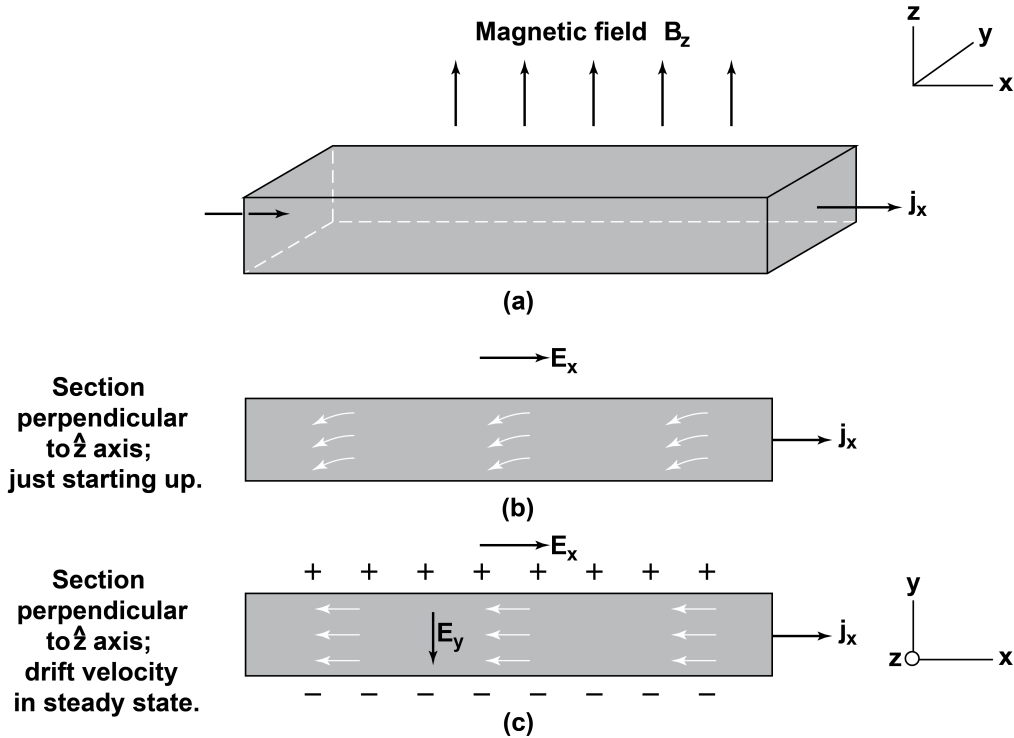


Рис. 2.6: К рассмотрению эффекта Холла. (a) Геометрия задачи. (b) Накапливание электронов вблизи одной из сторон (течение электронов схематично обозначено белыми стрелками). (c) Установившийся режим течения тока [21].

В присутствии электрического и магнитного полей уравнение 2.6 примет вид:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -m \frac{\mathbf{v}}{\tau} - e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (2.11)$$

Рассмотрим задачу в стандартной геометрии задачи Холла: $\mathbf{B}||z$, а $\mathbf{E}$ лежит в плоскости электронной системы (рис. 2.6 (а)). Тогда, тензор проводимости даётся формулой:

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma} \mathbf{E} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \mathbf{E} = \frac{\sigma_0}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \begin{pmatrix} 1 & -\omega_c \tau \\ \omega_c \tau & 1 \end{pmatrix} \mathbf{E}, \quad (2.12)$$

где $\sigma_0 = e^2 n \tau / m_0$, n - поверхностная концентрация электронов, $\omega_c = eB/m$ - циклотронная частота, $e > 0$, τ - время рассеяния. Эти соотношения были получены при условии $\omega_c \tau \ll 1$, зависимость энергии от импульса изотропно и τ не зависит от энергии.

Тензор удельного сопротивления $\hat{\rho} = \hat{\sigma}^{-1}$, соответственно, определяется соотношениями:

$$\mathbf{E} = \hat{\rho} \mathbf{j} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} \mathbf{j} = \frac{1}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & -\sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \mathbf{j}. \quad (2.13)$$

Пусть система не ограничена по оси координат y (рис. 2.6 (b)). Тогда согласно 2.12 вдоль этой оси в присутствии магнитного поля будет течь ток. Если же система ограничена по y , то на границах скапливается заряд и согласно 2.13 ток прекратится при условии:

$$E_y = -\omega_c \tau E_x = -\frac{eB\tau}{m} E_x. \quad (2.14)$$

Эффектом Холла называется появление электрического напряжения в направлении, перпендикулярном току и магнитному полю. Константа Холла в приближении одного вида носителей (конкретно электронов) определяется следующим образом:

$$R_H = \frac{E_y}{j_x \cdot B} = -\frac{1}{ne}. \quad (2.15)$$

Для электронов эта величина отрицательная. Величина R_H не зависит от магнитного поля B . Для реальных металлов и сильно допированных полупроводниковых систем независимость удельного сопротивления ρ_{xx} от магнитного поля не имеет места [Abrikosov (2010)].

Рассмотрим магнетотранспорт электронов в квантовом случае в геометрии рис. 2.7. Найдём одночастичный энергетический спектр электрона, и ток I_y , возникающий поперёк приложенного электрического поля [Landau (1930), 23]. Без учёта спинного вклада, гамильтониан электрона имеет следующий вид:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m} (-i\hbar \nabla - e\mathbf{A})^2 - eEx \quad (2.16)$$

В калибровке Ландау спектр электронов:

$$\epsilon_{n,k} = \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) + eEl_B^2 k - \frac{e^2 E^2 l_B^2}{2\hbar\omega_c}, \quad (2.17)$$

где k — волновое число электрона, а магнитная длина определяется выражением $l_B = \sqrt{\hbar/eB}$. Учёт спина электрона делается аддитивно к гамильтониану добавкой зеемановской энергии $E_Z = g^* \mu_B B s$ к энергии состояния, где $s = \pm 1/2$ — проекция

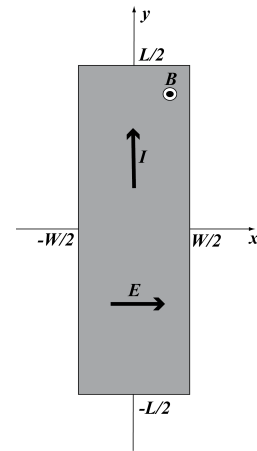


Рис. 2.7: Геометрия задачи квантового магнетотранспорта [23].

спина на ось, по которой направлено магнитное поле, g^* - эффективный g-фактор. Значение n — индекс уровней Ландау. Каждый уровень расщепляется в магнитном поле в зависимости от ориентации спина. Наложив периодические граничные условия на волновую функцию по оси x , нетрудно получить вырождение спинового подуровня уровня Ландау: $n_s = B/\Phi_0 = eB/h$ — поверхностная плотность состояний подуровня, $\Phi_0 = h/e$.

Квантово-механическое выражение для плотности тока в состоянии с волновой функцией $\psi_{n,k}$, когда не учитываются конечные размеры образца:

$$\mathbf{j}^{n,k}(x, y) = \frac{ie\hbar}{2m_0}(\psi_{n,k}\nabla\psi_{n,k}^* - \psi_{n,k}^*\nabla\psi_{n,k}) - \frac{e^2\mathbf{A}}{m_0c}|\psi_{n,k}|^2 \quad (2.18)$$

Ток по оси, перпендикулярной индуцирующему электрическому полю, который переносит состояния с волновой функцией $\psi_{n,k}$, получается интегрированием плотности тока по x . Полный ток есть сумма по всем заполненным состояниям:

$$I_y = \sum_{n,k} I_y^{n,k} = \sum_{n,k} \int dx j_y^{n,k} = -\frac{e}{\hbar L} \sum_{n,k} \frac{\partial \epsilon_{n,k}}{\partial k} n_F(\epsilon_{n,k} - \mu) \quad (2.19)$$

В образце с шириной W и длиной L число состояний на уровне Ландау $n_B = LW/(2\pi l_H^2)$. Так, получаем выражение для холловской проводимости:

$$\sigma_{yx} = -\frac{e^2}{h} \frac{n_s}{n_B} = -\frac{e^2}{h} \nu, \quad (2.20)$$

Здесь $\nu = n_s/n_B$ — фактор заполнения квантового эффекта Холла. Отметим, что данная калибровка диктует нам колебательное движение частицы по оси y и свободное движение по оси x . Это связано с тем, что в магнитном поле координаты центра осцилляций (x_0, y_0) — операторы $(\hat{x}_0, \hat{y}_0)$ — не будут коммутировать, а значит, одновременно определить координаты по обеим осям можно лишь с точностью до соотношения неопределённости. В калибровке Ландау мы точно определяем x , что приводит к полному размытию по y . Такой выбор и позволил найти ток I_y . Иное получается в симметричной калибровке. В ней сложнее получить соотношения на плотность тока, но удобнее волновые функции электрона [25].

Дискретность уровней энергии в магнитном поле приводит к качественно новому явлению — осцилляциям проводимости как функции магнитного поля (эффект Шубникова де - Гааза). При условии не слишком больших факторов заполнения ν проявится замечательный физический эффект, открытый К. фон Клитцингом в 1980 году [Klitzing *et al.* (1980)] — при достаточно сильных магнитных полях и низких температурах, на графике зависимости поперечного магнетосопротивления наблюдаются плато с сопротивлением $\rho = \frac{1}{\nu} \frac{h}{e^2}$. Это значит, что соотношение 2.20 выполняется не в одной точке магнитного поля B_ν , но в целом отрезке значений ΔB вблизи фактора заполнения. Диссипативная проводимость σ_{xx} на этих участках при условии $T \ll \Delta$ обращается в ноль (в магнитном поле снимается вырождение уровней Ландау по спину, так что анализ физических явлений удобно вести в терминах спиновых подуровней уровней Ландау; Δ — энергетическое расстояние между верхним заполненными и нижним пустым подуровнями уровней Ландау). На рис. 2.8 представлен целочисленный и дробный КЭХ для гетероперехода ZnO/MgZnO.

Однако, даже в условиях, когда реализуется плато квантового эффекта Холла, при конечной температуре диссипативная проводимость не равна нулю. Когда уровень Ферми лежит между расщеплёнными (с щелью Δ) подуровнями уровней

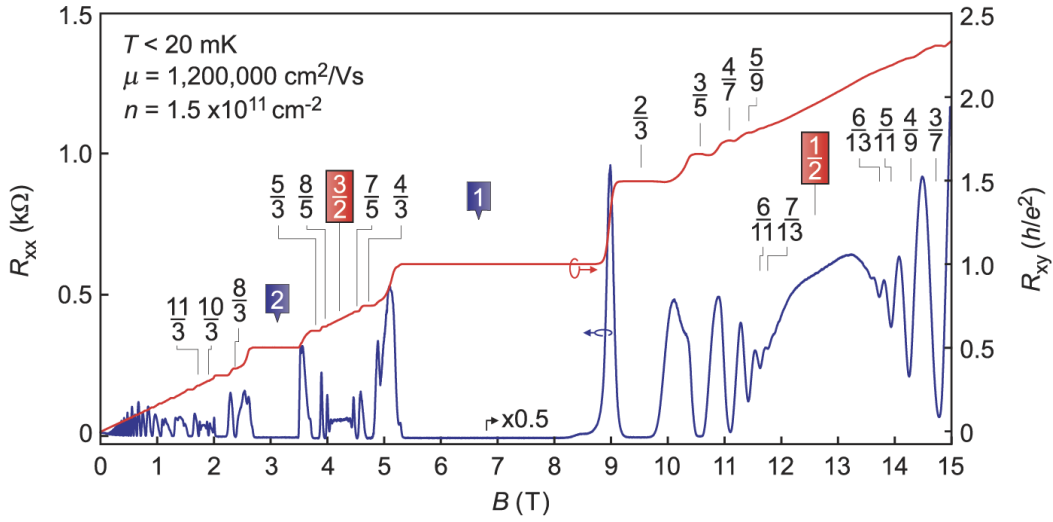


Рис. 2.8: Магнетотранспорт высокоподвижного образца ZnO/MgZnO при сверхнизкой температуре $T \sim 20$ мК. Синяя и красная кривая соответствует R_{xx} и R_{xy} [14].

Ландау, существуют температурно возбуждённые на вышележащий уровень носители, которые нарушают КХ состояние. Вместе с увеличением их количества растёт и сопротивление:

$$\rho_{xx}^{\nu} \propto \exp\left(-\frac{\Delta}{2k_B T}\right), \quad (2.21)$$

где Δ - транспортная щель, k_B - постоянная Больцмана. Меняя температуру и детектируя сопротивление из 2.21 как параметр подгонки $\rho_{xx}^{\nu}(T)$ можно извлечь Δ . Типично, для исследуемых нами ДЭС гетероперехода ZnO/MgZnO. Далее будет показано, что для исследуемых ДЭС в гетеропереходе ZnO/MgZnO эта формула имеет место в области $T < 1$ К для факторов заполнения с хорошо выраженным минимумом продольного магнетосопротивления (рис. 2.19).

2.3 Фазовый переход в режиме квантового эффекта Холла

В простейшем одночастичном приближении в квантующем магнитном поле, наклонённом на Θ относительно нормали к поверхности образца (рис. 2.9 (с)), энергия носителя (везде далее электрон) принимает дискретные значения. Циклотронная энергия $\hbar\omega_C$ зависит от нормальной компоненты магнитного поля к поверхности образца Θ . Зеемановская же энергия пропорциональна полной величине магнитного поля $B = B_{\perp}/\cos\Theta$, поэтому энергия состояния:

$$E_{N,\sigma}(B_{\perp}, \Theta) = \hbar\omega_C + E_Z = \frac{eB_{\perp}}{m} \left(N + \frac{1}{2}\right) + \sigma g \mu_B \frac{B_{\perp}}{\cos\Theta}, \quad \sigma = \pm \frac{1}{2}, \quad N = 0, 1, 2, \dots \quad (2.22)$$

Меняя Θ при фиксированном $B_{\perp}$ можно добиться пересечения уровней: $E_{N,\sigma}(\Theta_c) = E_{N+j,\sigma'}(\Theta)$ при критическом угле Θ_c . Условие пересечения уровней:

$$j = \frac{E_Z}{\hbar\omega_c} = \frac{gm}{2m_0 \cos\Theta}. \quad (2.23)$$

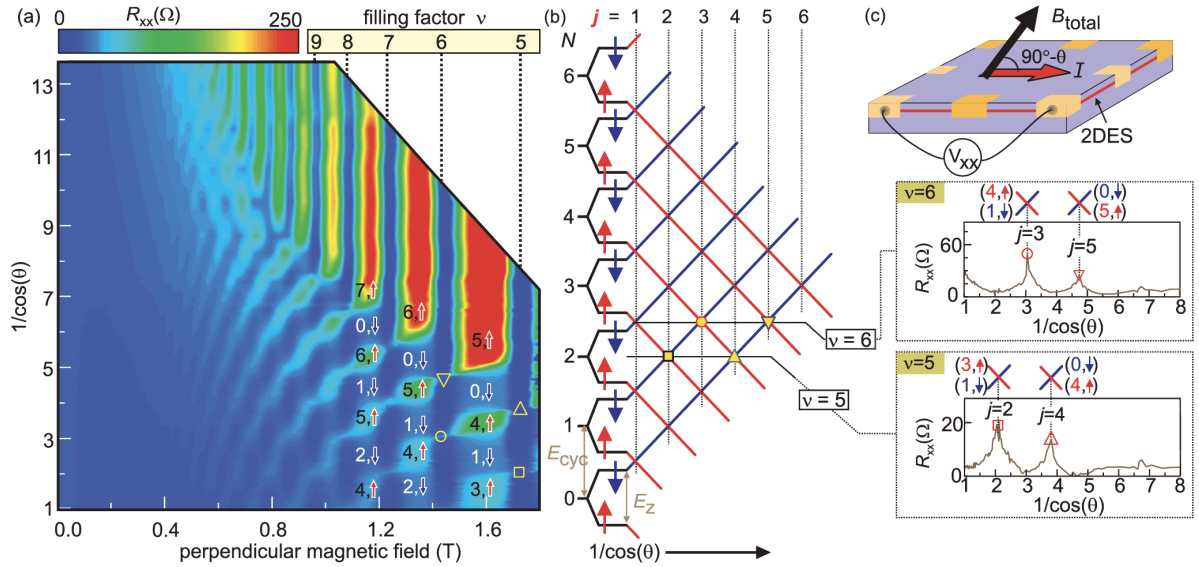


Рис. 2.9: (a) Продольное магнетосопротивление (цветом) в зависимости от нормальной компоненты магнитного поля и $1/\cos \Theta$. (b) Схематичное изменение и пересечение уровней Ландау в одночастичной модели. Правее даны графики сопротивления при фиксированном $B_{\perp}$ при увеличении угла Θ . (c) Ориентация магнитного поля и поверхности образца [26].

Диаграмма уровней представлена на рис. 2.9 (b). В этом приближении при $j = 1, 3, 5, \dots$ пересечение уровней происходит на всех четных факторах заполнения. При $j = 2, 4, 6, \dots$ — на всех нечетных факторов. В ДЭС с большим межэлектронным взаимодействием физическая картина существенно усложняется, поэтому и условие пересечения уровней другое и должно зависеть от концентрации как меры силы взаимодействия. Но учесть влияние спин-орбитального и кулоновского взаимодействия на дисперсию электрона в магнитном поле сложно и теоретически и моделированием, поскольку задача становится существенно многочастичной. Для удобства восприятия физики процесса строится теория перенормировки. Она основана на одночастичной модели, но эффективная масса, g -фактор и спиновая восприимчивость входят в формулы как ферми-жидкостные параметры, которые усиливаются кулоновским взаимодействием [2.3 - 2.5]. В совокупности уравнений (2.4) и (2.23) получается, что условия пересечения уровней определяются спиновой восприимчивостью $j \sim \chi^*$. Акты пересечения уровней можно детектировать в виде пиков в сопротивлении при изменении угла Θ , что представлено на рис. 2.9 (c). Фиксируя положение пиков сопротивления в актах пересечения уровней, можно найти спиновую восприимчивость теории Ферми жидкости. На этом основан метод совпадения уровней (coincidence method), с помощью которого и были получены экспериментальные точки на графиках рис. 2.4.

Также, пересечение уровней проявляется в виде пиков магнетосопротивления в квантовом эффекте Холла при угле наклона Θ_c [De Poortere *et al.* (2000)]. На рис. 2.10 (a) стрелки отмечают новые наблюдаемые пики. ДЭС реализована в гетеропереходе AlAs/AlGaAs. В критическом угле одновременно пики возникли в $\nu = 3, 5, 7$, но с увеличением номера фактора заполнения положение смещается и амплитуда уменьшается, так что для $\nu = 9, 11, \dots$ они не наблюдаются. На панели (b) видна динамика положения пика при изменении угла: чем больше угол, тем в больших $B_{\perp}$ он расположен. Это же справедливо и для ДЭС ZnO/MgZnO [28], но не для (Cd,Mn)Te [29].

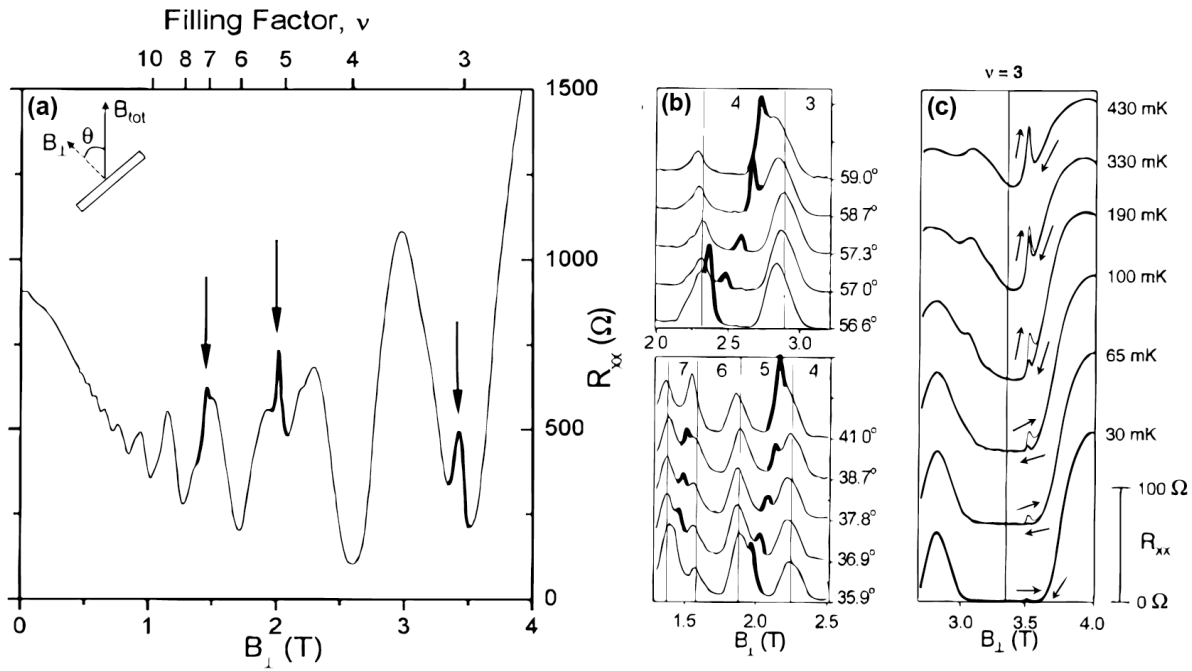


Рис. 2.10: (a) Продольное магнетосопротивление ДЭС в гетеропереходе ZnO/MgZnO с пиками, ассоциированными с фазовым переходом. (b) Динамика изменения положения пика при увеличении угла для AlAs. (c) Исчезновение гистерезиса при увеличении угла [27]

Исследование температурной зависимости пика были сделаны в работе [De Poortere et al. \(2003\)](#). Вновь исследовалась ДЭС гетероперехода AlAs/AlGaAs. На рис. 2.11 (d) представлен основной результат - зависимость амплитуды пика от температуры и двумерной концентрации. Так, пик магнетосопротивления пропадает в области больших и малых температур. На рис. 2.11 (c) изображены зависимости амплитуды и ширины пика от температуры (см. панель (b)). Зависимость амплитуды пика ЭПР от температуры имеет вид купола с максимумом в T_M . Ширина пика почти не меняется в области малых температур и стремительно растет при $T > T_M$. По мере уменьшения концентрации (панель (d)) температура максимальной амплитуды T_M уменьшается, а сама амплитуда растёт во всей области температур.

Одночастичная модель не способна объяснить происхождение гистерезисного пика, но с первых работ пик ассоциировался с фазовым переходом в ДЭС. Дальнейшие работы подтверждают это. Попытка объяснить происхождение гистерезисного пика была сделана в работе [Jungwirth and MacDonald \(2001\)](#). Рост сопротивления связывается с дополнительным рассеянием электронов проводимости на стенках магнитных доменов, которые образуются вблизи квантового фазового перехода. Гистерезис возникает из-за того, что в разных магнитных фазах экранирование разное, так что условие разбиения на домены при смене фазы $1 \rightarrow 2$ отлично от $2 \rightarrow 1$. В дальнейшем, на основе экспериментальных данных была сделана оценка на характерный размер доменов $\xi \sim 1$ мкм [32]. И была сделана оценка на температуру исчезновения спиновой поляризации $T_c \sim 0.01e^2/\epsilon l_B \simeq 2$ K [33].

В работе [Van'kov et al. \(2017\)](#) оптической спектроскопией ДЭС гетероперехода ZnO/MgZnO изучался фазовый переход фактора заполнения $\nu = 2$. На рис. 2.12 (a) представлена эволюция сигнала фотолюминесценции от угла наклона Θ образца в магнитном поле. Предполагается, что переход происходит между КХ парамагнитным, где нет суммарного магнитного момента ДЭС (PM) и КХ ферромагнитным

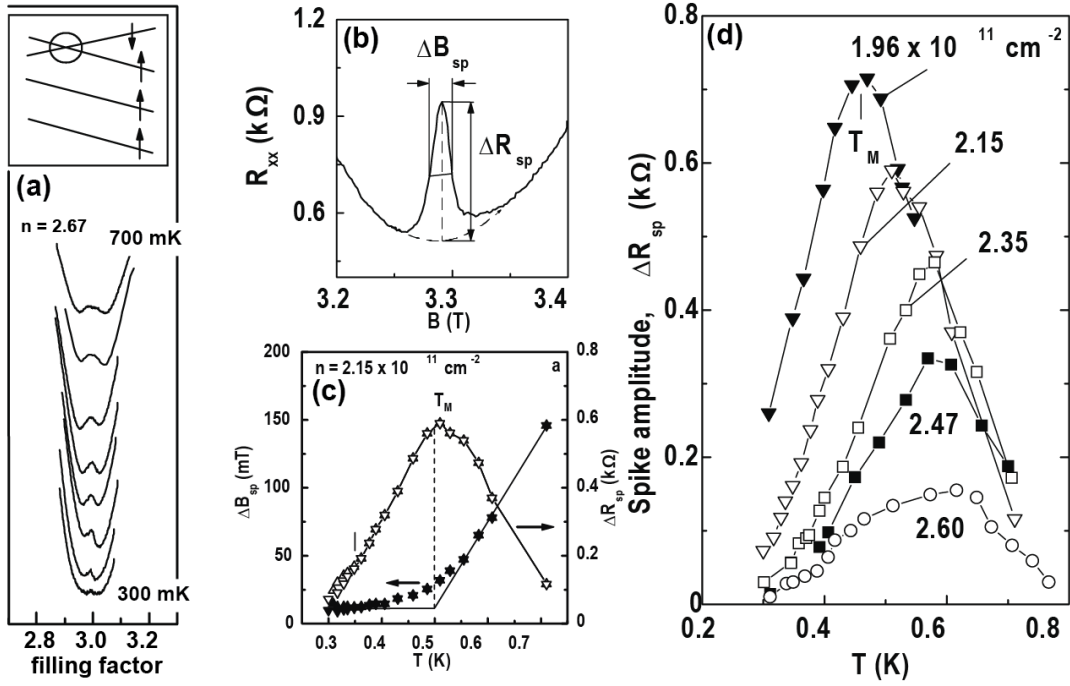


Рис. 2.11: (а) Динамика изменения продольного магнетосопротивления для фактора $\nu = 3$ ДЭС AlAs из-за нагрева. (б) К определению ширины на полувысоте ΔB_{sp} и амплитуды пика ΔR_{sp} . (с) и (d) Температурные зависимости ΔB_{sp} и ΔR_{sp} соответственно [27].

состоянием, в котором суммарный магнитный момент ненулевой (FM). Сигнал в зависимости от угла в разной степени складывается от РМ и FM подсистемы. Отношение амплитуд вкладов даёт понимание динамики фазового перехода, а именно одно магнитное упорядочение сменилось на другое в диапазоне $\Delta\theta \sim 2^\circ$. Произведя измерения для нескольких схожих образцов с разной концентрацией, авторы [34] построили фазовую диаграмму на факторе заполнения $\nu = 2$ в координатах θ от π . Угол здесь задаёт отношение зеемановского расщепления к циклотронной энергии (2.23), а концентрация определяет силу электрон-электронного взаимодействия (2.1). Видно, что при достаточно низкой концентрации $n \simeq 1.8 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ фазовый переход происходит даже в нулевом угле. На вставке 2.12 (b) отмечены значения g^*m^* , извлечённые по формуле 2.23 для $j = 1$. Видно хорошее совпадение с определением g^*m^* транспортными методиками, то есть смена магнитного порядка происходит именно в резистивном гистерезисном пике.

2.4 ЭПР-спектроскопия фазового перехода

Во внешнем магнитном поле B_0 снимается вырождение уровней Ландау по спину с энергетическим расщеплением (Зеемана) $E_Z = g\mu_B B$. Пусть на систему падает вдоль оси z электромагнитное поле с частотой ω . Магнитное поле излучения:

$$\tilde{B}(t) = B_1 e^{-i\omega t} + c.c., \quad (2.24)$$

где вектор $B_1 \perp z$ [35]. Взаимодействие спина с этим полем описывается гамильтонианом

$$\mathcal{H}_1 = \frac{1}{2} \mu_B g \sigma \cdot \tilde{B}(t). \quad (2.25)$$

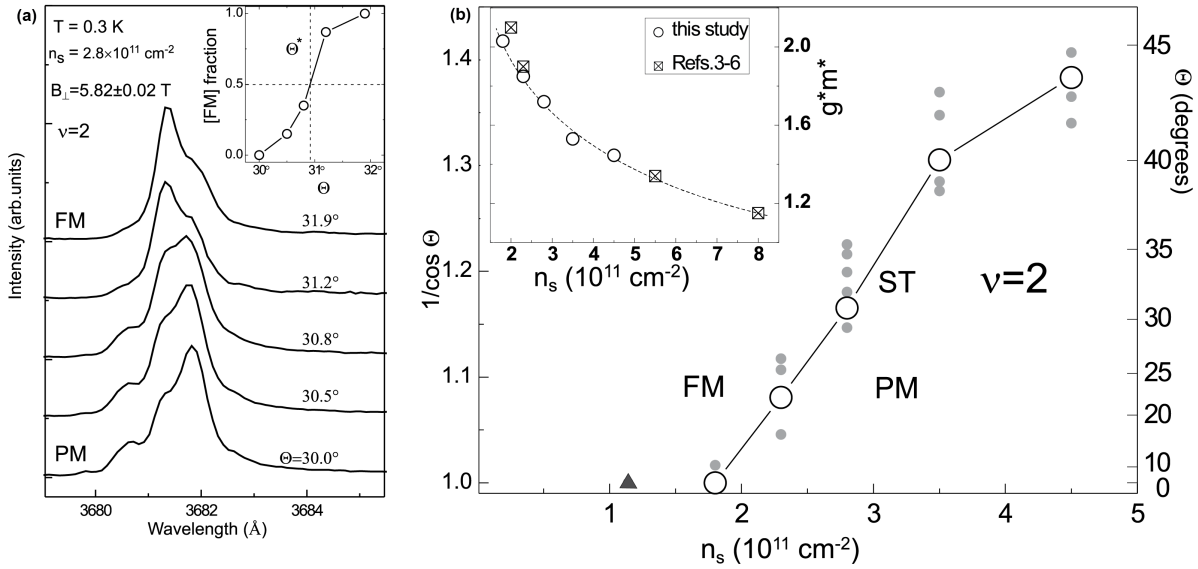


Рис. 2.12: (а) Сигнал фотолюминесценции (ФЛ) ДЭС ZnO/MgZnO вблизи фазового перехода. На вставке — доля сигнала ферромагнитной фазы от всего сигнала ФЛ при увеличении угла; характерный масштаб смены фазы $\sim 2^\circ$. (б) Фазовая диаграмма перехода КХ ферромагнетик - КХ парамагнетик для $\nu = 2$. Диаграмма получена анализом спектра ФЛ, как показано на (а). На вставке — совпадение перенормированной величины спиновой восприимчивости из фазовой диаграммы и из транспортных экспериментов [34].

Он смешивает собственные состояния $|\pm 1/2\rangle$. При выполнении условия $\omega = \Delta E/\hbar$ возникает резонансное поглощение электромагнитного поля — это явление носит название электронного парамагнитного резонанса (ЭПР, электронный спиновый резонанс). Динамика спинов во внешнем магнитном поле описывается в рамках кинетического уравнения с феноменологическими временами релаксации T_1 - время продольной и T_2 - время поперечной спиновой релаксации (также время декогеренции). В рамках приближений этого уравнения (ур. Блоха) поглощаемая электронами мощность P [21, 35]:

$$P(\omega) \sim \frac{\omega T_2}{1 + (\omega_0 - \omega)^2 T_2^2} \cdot \tilde{\omega}^2 S_0, \quad (2.26)$$

то есть описывается распределением Лоренца с шириной на полувысоте $(\Delta\omega)_{1/2} = g\mu_B(\Delta B)_{1/2} = 1/T_2$ и пропорциональна равновесной спиновой поляризации S_0 . Здесь $\tilde{\omega} = \frac{g\mu_B B_1}{\hbar}$, так что $\tilde{\omega}^2 \sim B_1^2$, тем самым пропорциональна мощности излучения. Ур. 2.26 выведено в приближении $\tilde{\omega}^2 T_1 T_2 \ll 1$. Вне приближения о малой мощности излучения:

$$P(\omega) \sim \frac{\omega T_2}{1 + (\omega_0 - \omega)^2 T_2^2 + \tilde{\omega}^2 T_1 T_2} \cdot \tilde{\omega}^2 S_0. \quad (2.27)$$

Предельная поглощаемая мощность, таким образом, $P_{sat} \sim \frac{S_0}{T_1}$. То есть S_0 и T_1 в простейшей модели определяют амплитуду ЭПР. Отметим, что величины T_1 и T_2 могут описываться разными механизмами, поскольку в уравнение Блоха вводились феноменологически. В рамках релаксации Дьяконова-Переля [Dyakonov and Khaetskii (2017)] они определяются спин-орбитальным взаимодействием, причём $T_2 \leq 2T_1$.

На эксперименте форма ЭПР может значительно отличаться от распределения Лоренца. Анализ формы линии требует детального изучения механизмов возбужде-

ния электронов и особенностей детектирования сигнала. Более того, помимо магнетодипольного спинового резонанса, о котором шла речь выше, в системе присутствуют электро-дипольный спиновый резонанс — резонансный переход спинов из-за переменного электрического поля в присутствии спин-орбитального взаимодействия.

Из-за малого количества спинов в двумерной системе, основной способ детектирования ЭПР основывается на изменении электронных транспортных свойств. Впервые методика была предложена в работе [Stein et al. \(1983\)](#), в которой ЭПР детектировался в магнетосопротивлении образца GaAs/AlGaAs: при фиксированной частоте облучения F подстраивалось магнитное поле, так что в резонансе $B_{ESR} = hF/g\mu_B$ наблюдался пик (см. рис. 2.13).

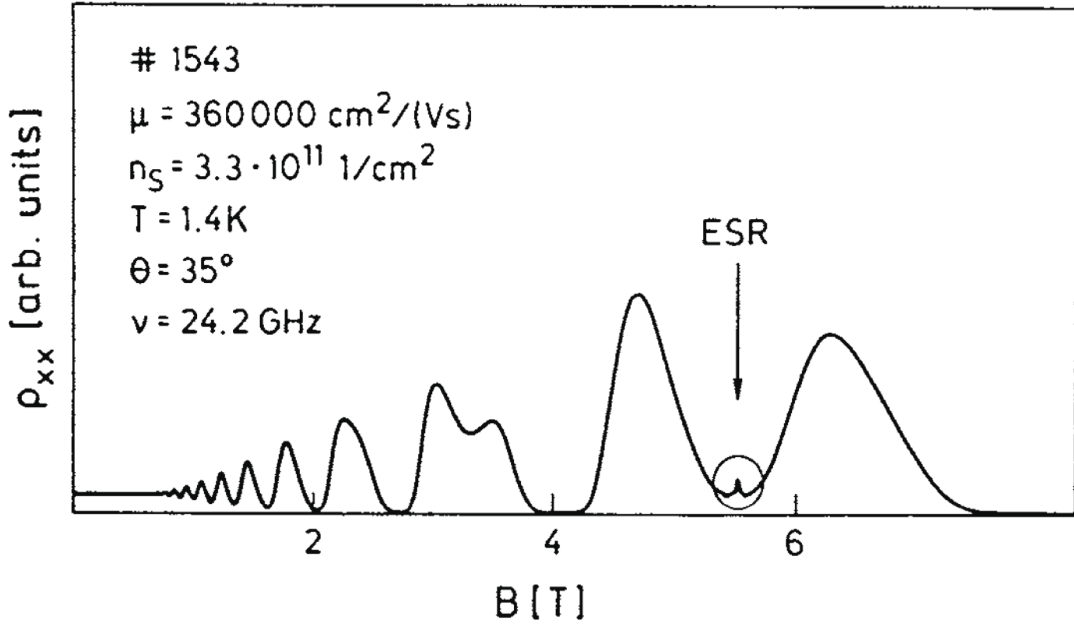


Рис. 2.13: Спиновый резонанс в магнетосопротивлении [37].

Часто, чтобы улучшить соотношение сигнал-шум, меряют добавку к продольному сопротивлению $\Delta\rho_{xx}$, возникающую из-за поглощения электромагнитного излучения (сплошная кривая на рис. 2.14 (а)). Сигнал $\Delta\rho_{xx} = \Delta\rho_{xx}^{BG} + \Delta\rho_{xx}^{ESR}$, где нерезонансный прирост сигнала

$$\Delta\rho_{xx}^{BG} = \left(\frac{d\rho_{xx}}{dT} \right) \Delta T \quad (2.28)$$

определяется нагревом ΔT ДЭС (типично $\Delta T \sim 10$ мК) и чувствительностью сопротивления к нагреву $d\rho_{xx}/dT$.

В работе [Olshanetsky et al. \(2003\)](#) показано, что величина спинового резонанса для системы с относительно слабыми электронными корреляциями также пропорциональна чувствительности

$$\Delta\rho_{xx}^{ESR} \sim \frac{\Delta T}{T^2} \left(\frac{d\rho_{xx}}{dT} \right). \quad (2.29)$$

Можно сделать вывод про доминирование нагревного механизма появления пиков спинового резонанса в сопротивлении: изменение температуры из-за поглощаемой мощности в условиях спинового резонанса приводит к пику в сопротивлении 2.21. В терминах квазичастиц это соответствует рождению нейтральной квазичастицы — спинового экситона (эквивалентно спиновой волны, магнона) [Kallin and

Halperin (1984)], которая через характерное время жизни распадается с выделением энергии. Это приводит к увеличению температуры в том числе и электронной системы. Альтернативный механизм возбуждения ЭПР был развит в работе Matsunami *et al.* (2006) — в ней природа отклика ЭПР в сопротивлении интерпретируется через резонансное изменение неравновесных хим. потенциалов $\mu_{\downarrow}$ и $\mu_{\uparrow}$. Но этот подход не вполне объясняет температурные зависимости пиков спинового резонанса [9].

Эксперимент можно поставить и по другому: при фиксированном магнитном поле подстраивать частоту, добиваясь выполнения условия резонанса: $F_{ESR} = g\mu_B B/h$ (рис. 2.14 (b)). Однако эта схема детектирования экспериментально сложнее, поскольку частотная характеристика волноводного тракта изрезанная, так что каждую точку необходимо нормировать на мощность излучения вблизи образца.

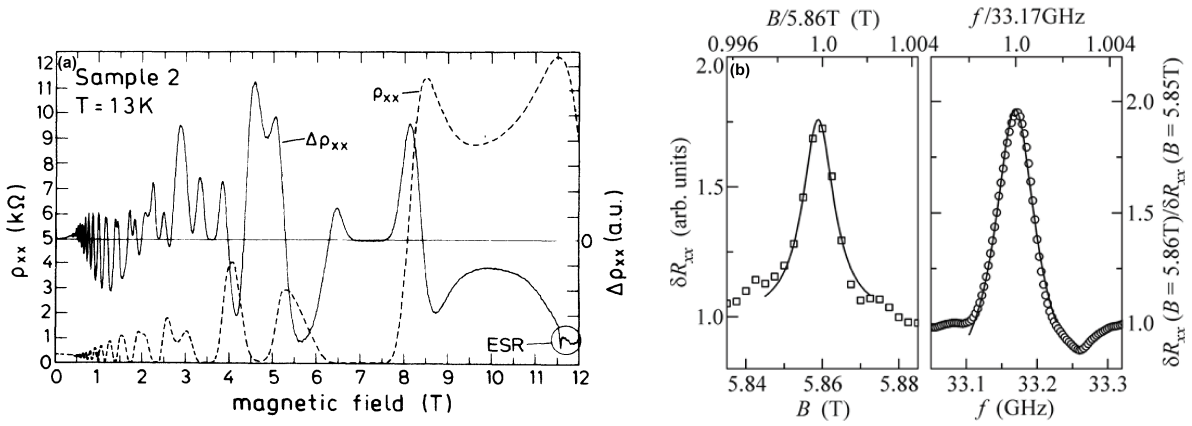


Рис. 2.14: (a) Продольное магнетосопротивление ρ_{xx} и добавка к магнетосопротивлению от поглощения ЭМ излучения $\delta\rho_{xx}$ отображаются штриховой и сплошной линией соответственно. ЭПР различим только в $\delta\rho_{xx}$ [41]. (b) Проявление спинового резонанса в магнетосопротивлении при фиксированной частоте, и в сопротивлении при фиксированном магнитном поле при изменяющейся частоте излучения [42].

Неполный список достижений методики ЭПР-спектроскопии включает: 1. Определение эффективного g-фактора электронной системы. Это позволяет в том числе определить константы спин-орбитального взаимодействия [8], [43], зависимость g-фактора от фактора заполнения [41] и анизотропию g-фактора [44, 42]. 2. Определение динамики спиновой и спин-решёточной релаксации [45, 46]. Также, зависимость от фактора заполнения [47]. 3. Определение магнитного упорядочения факторов заполнения КЭХ сильно коррелированных электронных систем [9, 32, 48]. Последнее и легло в основу этой магистерской работы.

В работе Shchepetilnikov *et al.* (2021) методикой возбуждения ЭПР изучалось спиновое упорядочение в факторе заполнения $\nu = 2$. Измерения проводились для ДЭС гетероперехода ZnO/MgZnO с двумерной концентрацией $n = 2.1 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Образец располагался на наклонной призме, так что угол наклона Θ варьировался, и измерения проводились для углов $\Theta < \Theta_c$, $\Theta > \Theta_c$ и $\Theta = \Theta_c = 22.5^\circ$ (соответствует фазовой диаграмме рис. 2.12). На рис. 2.15 (a) представлена эволюция фактора заполнения КЭХ $\nu = 2$ при увеличении угла. Точно в факторе 2 при Θ_c виден пик магнетосопротивления, ассоциированный с ФП (панель (b)). Одночастичная модель изменения подуровней уровней Ландау в наклонном магнитном поле 2.22 предсказывает, что при углах $\Theta < \Theta_c$ заполнен будет и $|\uparrow\rangle_{N=0}$ и $|\downarrow\rangle_{N=0}$ (панель (c)). В этом случае система квантовохолловский парамагнетик, и в рамках одночастичной моде-

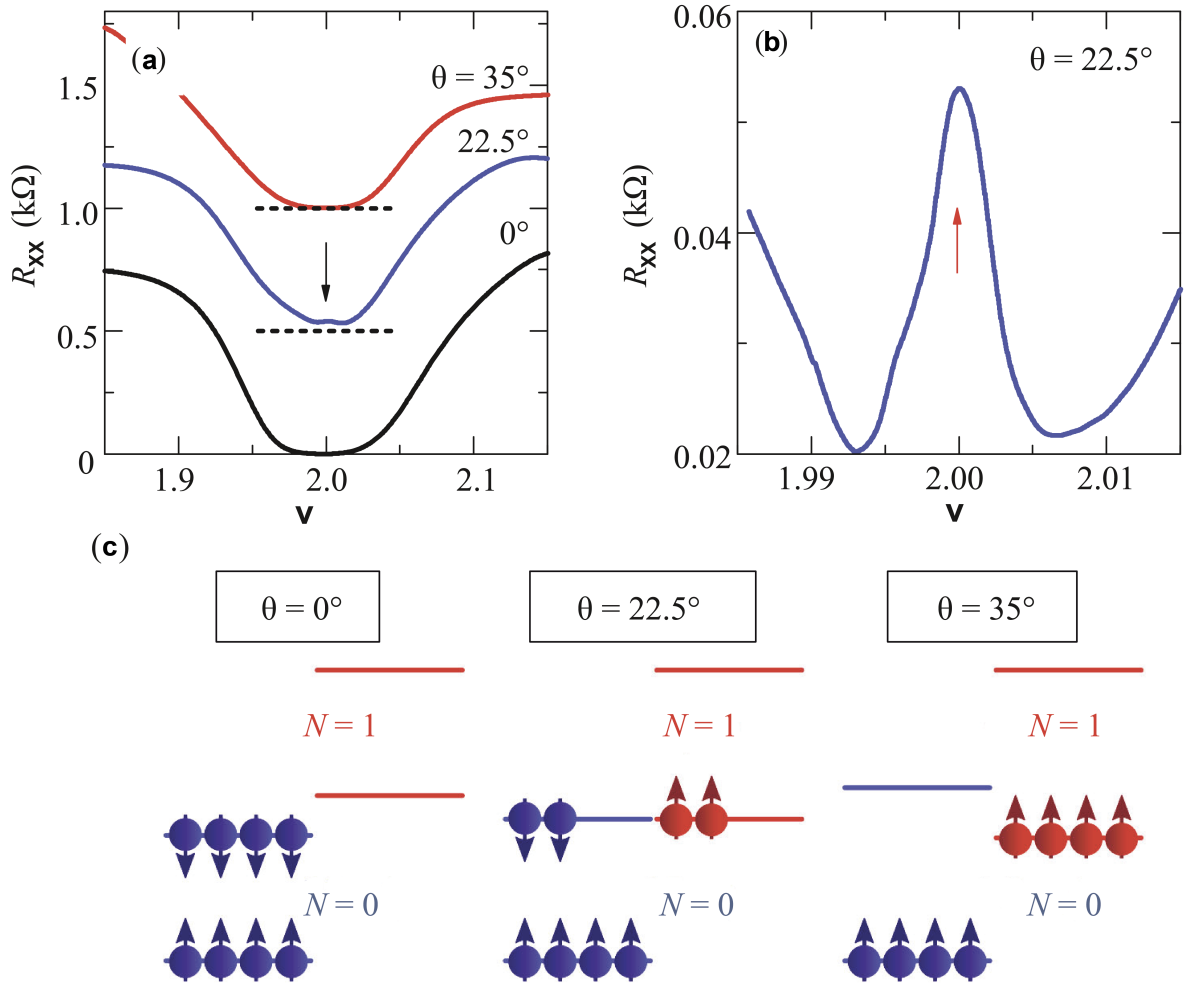


Рис. 2.15: (а) Минимум КЭХ $\nu = 2$ для ZnO/MgZnO с концентрацией электронов $n = 2.1 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ для критического угла наклона $\Theta_c = 22.5^\circ$, а также для углов больше и меньше критического. (б) Пик магнетосопротивления в Θ_c , ассоциированный с ФП. (с) Схема упорядочения уровней для разных углов наклона, которая предсказывается одночастичной моделью [32].

ли ЭПР не должен возбуждаться. В случае $\Theta > \Theta_c$ заполнены $|\uparrow\rangle_{N=0}$ и $|\uparrow\rangle_{N=1}$, так что система квантовохолловский ферромагнетик.

Последовательно увеличивая частоту облучения F и подстраивая магнитное поле для достижения резонанса $B_{ESR} = hF/g\mu_B$, ЭПР возбуждается в широкой окрестности фактора заполнения. На рис. 2.16 отмечена интегральная амплитуда (площадь под пиком) в зависимости от фактора заполнения и угла наклона. В нулевом угле, который номинально парамагнитный, ЭПР отсутствовал. Но при увеличении угла до $\Theta > \Theta_c$ ЭПР вновь детектируется. Это свидетельствует о переходе в ферромагнитную фазу, как и предсказывалось одночастичной моделью. Непосредственно в критическом угле $\Theta = \Theta_c$ ЭПР детектируется в области $\nu > 2$ и отсутствует при $\nu < 2$. Тем самым наблюдается, что КХ ферромагнитная фаза сменяется на КХ парамагнитную. Это же независимо наблюдали и в других образцах ZnO/MgZnO с более низкой плотностью [Tabrea (2022)]. Также, наблюдается уширение пиков спинового резонанса и их разбиение на несколько пиков вблизи ФП (вставки на рис. 2.16), что связывается с образованием доменов разной поляризации. Оценка характерного размера доменов ξ через уширение пиков дает размеры $\xi \sim 100l_B \sim 1 \text{ мкм}$.

В последующей работе авторов Shchepetilnikov *et al.* (2023) подробнее изучался

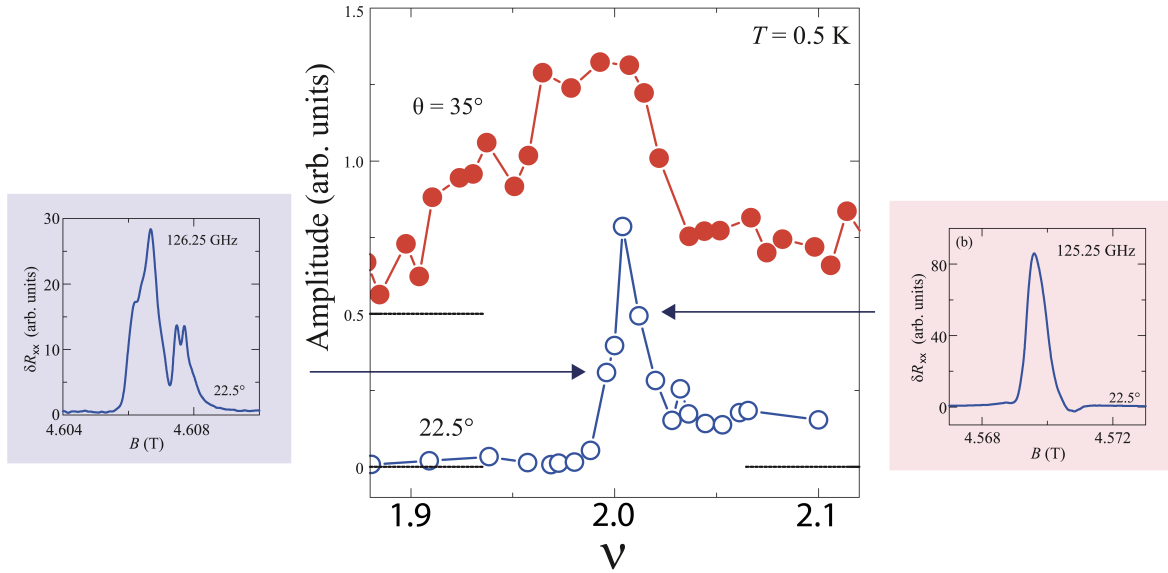


Рис. 2.16: Интегральная амплитуда ЭПР вблизи фазового перехода на факторе $\nu = 2$ для ZnO/MgZnO с концентрацией электронов $n = 2.1 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Для угла $\Theta < \Theta_c$ в этой работе ЭПР не детектировался, но будет детектироваться в последующей работе в образцах с большей концентрацией [48]. На вставках - пики ЭПР по разные стороны от фазового перехода. В области $\nu < 2.0$ пик уширяется и разбивается на несколько пиков [32].

переход на факторе $\nu = 2$ и особенно спиновый резонанс КХ парамагнитной фазы. Объектом изучения также была выбрана высокоподвижная ДЭС гетероперехода ZnO/MgZnO, но с большей концентрацией носителей $n = 4.5 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$, так что при наклоне образца в магнитном поле гистерезисный пик на $\nu = 2$ возникал при большем критическом угле $\Theta_c = 44^\circ$ (рис. 2.17 (а)-(с)). В работе наблюдались пики спинового резонанса не только в КХ ферромагнитной фазе, которые описываются 2.29 с величиной нагрева от резонансного поглощения фотонов $\Delta T > 0$, но и ЭПР в КХ парамагнитной фазе с аномальной ориентацией пиков $\Delta \rho_{ESR} \sim -(d\rho_{xx}/dT)$. В минимуме фактора заполнения с $d\rho_{xx}/dT > 0$ пик ЭПР ориентирован по уменьшению магнетосопротивления. Для концентрации электронов из работы [48] и для нормальной к плоскости ДЭС ориентации магнитного поля ферромагнитная фаза реализуется в нечётных факторах заполнения, так что наблюдается обычный ЭПР (рис. 2.17 (е)), а парамагнитная — в чётных, так что ЭПР на них аномальный (рис. 2.17 (д)). В случае аномального ЭПР наивно можно было принять в уравнении 2.29 $\Delta T < 0$, то есть рассматривать резонансное охлаждение ДЭС при поглощении излучения. Но, очевидно, такой подход некорректный, а аномальность объясняется другим механизмом возбуждения, отличным от нагревного. Этот эффект наблюдался и для других материальных систем, в том числе в высокоподвижной ДЭС SiGe/Si [Matsunami *et al.* (2006)].

Один из предложенных механизмов появления аномального ЭПР основан на анализе нижайших по энергии спиновых возбуждений на чётных факторах заполнения с учётом кулоновского взаимодействия в приближении малых r_s . Ими оказываются возбуждения, которые включают одновременно переворот спина и переход на другой уровень Ландау $\Delta N = 1$ — циклотронный спин-флип экситон (CSFE) [39]. Предсказывается 3 моды с разными проекциями спина на ось квантования $\Delta S = -1, 0, 1$. Их энергия:

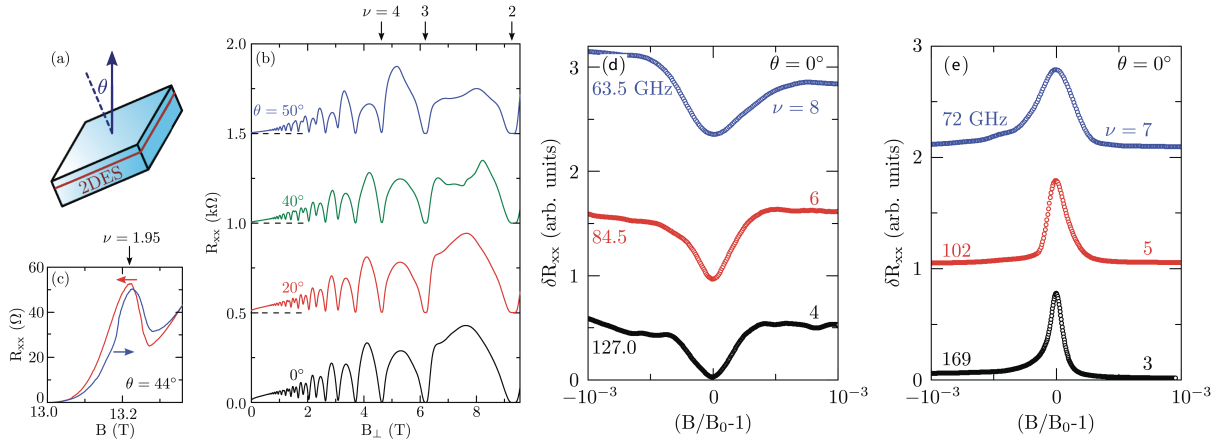


Рис. 2.17: (a)-(c) Магнетотранспорт для ДЭС гетероперехода ZnO/MgZnO с концентрацией электронов $n = 4.5 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Образец помещается на наклонную с углом Θ подставку. Также виден гистерезисный пик в критическом угле, который для этой концентрации $\Theta_c = 44^\circ$. (d), (e) ЭПР для нормальной ориентации образца в магнитном поле: чётные факторы заполнения — КХ парамагнетики с аномальным ЭПР, нечётные — КХ ферромагнетики с обычным ЭПР [48].

$$E_{CSFM} = \hbar\omega_c + g\mu_B B \Delta S + \Delta(k), \quad (2.30)$$

где Δ - вклад от электрон-электронного взаимодействия. Энергетическое расщепление мод CSFE как раз соответствует зеемановскому расщеплению $\Delta E_{CSFM} = \Delta E_Z$. Из-за ненулевой температуры в системе присутствуют экситоны на $\Delta S = -1$ нижней ветви. При резонансном облучении, они переходят на моду с $\Delta S = 0$, так что на нижней ветви становится меньше электронов, словно температура эффективно уменьшилась [48].

В больших факторах заполнения интенсивность аномального ЭПР сравнима с интенсивностью обычного, так что была возможность его наблюдать непосредственно в продольном сопротивлении без использования второго синхронного усилителя (подробнее про методику в части 3). На рис. 2.18 (a)-(d) представлены пики ЭПР при разных факторах заполнения и магнитных фазах. Факт наличия аномального ЭПР позволяет сделать вывод, что КХ парамагнитная фаза лишь номинально немагнитная, а в действительности в ней также присутствует средняя ненулевая намагниченность. На рис. 2.19 приведена эволюция температурной зависимости амплитуды спинового резонанса от угла наклона для нечётного фактора $\nu = 3$ и четного $\nu = 4$, на котором и индуцируется ФП. Точками отмечена амплитуда, которая бралась от фитинга пика резонансом Фано, причём отрицательная амплитуда соответствует аномальному ЭПР. Сплошной кривой отмечена кривая по формуле 2.29 Там, где ЭПР аномальный кривая домножалась на (-1). Температурная зависимость $\rho_{xx}(T)$, по которой делался фитинг, была получена в независимом эксперименте, так что префактор формулы 2.29 выступал единственным параметром подгонки. Исследуемый фазовый переход при $\Theta_c = 44^\circ$ индуцируется именно на чётных факторах заполнения, так что для $\nu = 3$ увеличение угла не приводит к изменениям поведения ЭПР с температурой (рис. 2.19 (a)). В области малых температур видно хорошее согласование амплитуды ЭПР и кривой как следствие нагревного механизма, однако в области $T > 1 \text{ K}$ совпадение пропадает, возможно из-за существенного изменения заселённости верхнего подуровня и нарушения формулы Аррениуса (2.21).

Рассмотрим подробно четный фактор заполнения $\nu = 4$. Вдали от перехода при

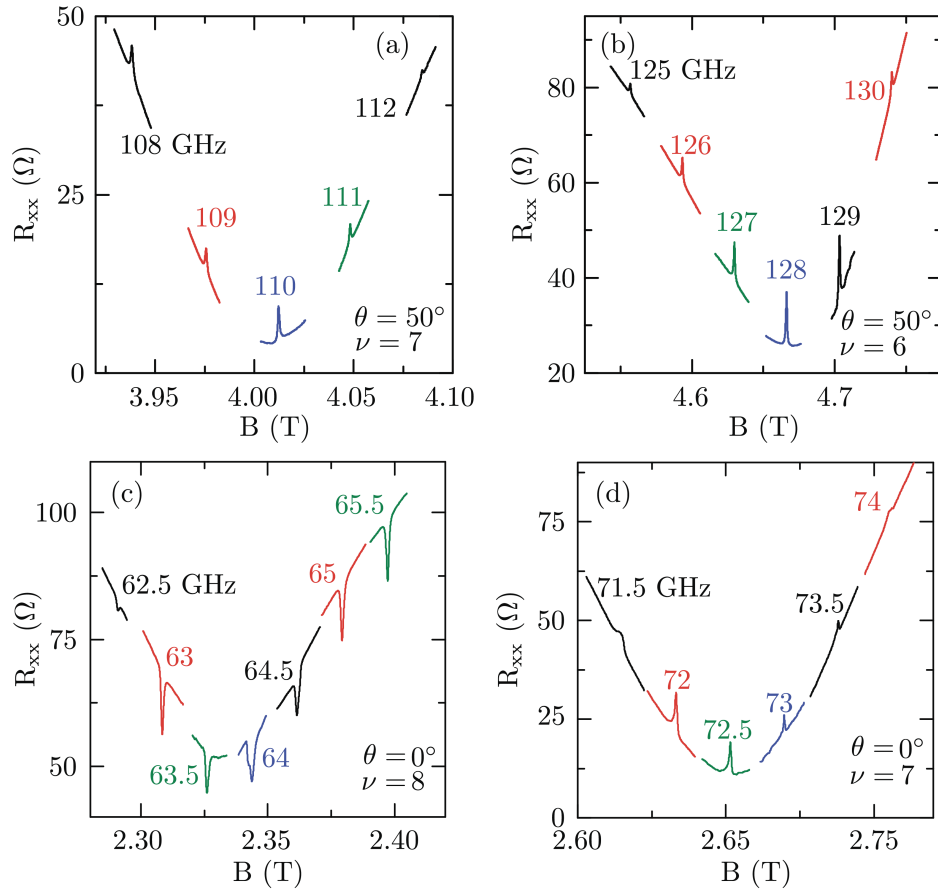


Рис. 2.18: Пики ЭПР в R_{xx} для разных факторов заполнения и разных углов Θ . (a), (b) Для угла $\Theta > \Theta_c$ на чётных и нечётных факторах КХ ферромагнитное упорядочение. (c), (d) Для $\Theta < \Theta_c$ на чётных — номинально парамагнитное упорядочение, так что наблюдается пик ЭПР, ориентированный по уменьшению сопротивления. На нечётных фазовый переход предсказывается в больших углах, так что ферромагнитное упорядочение не меняется [48].

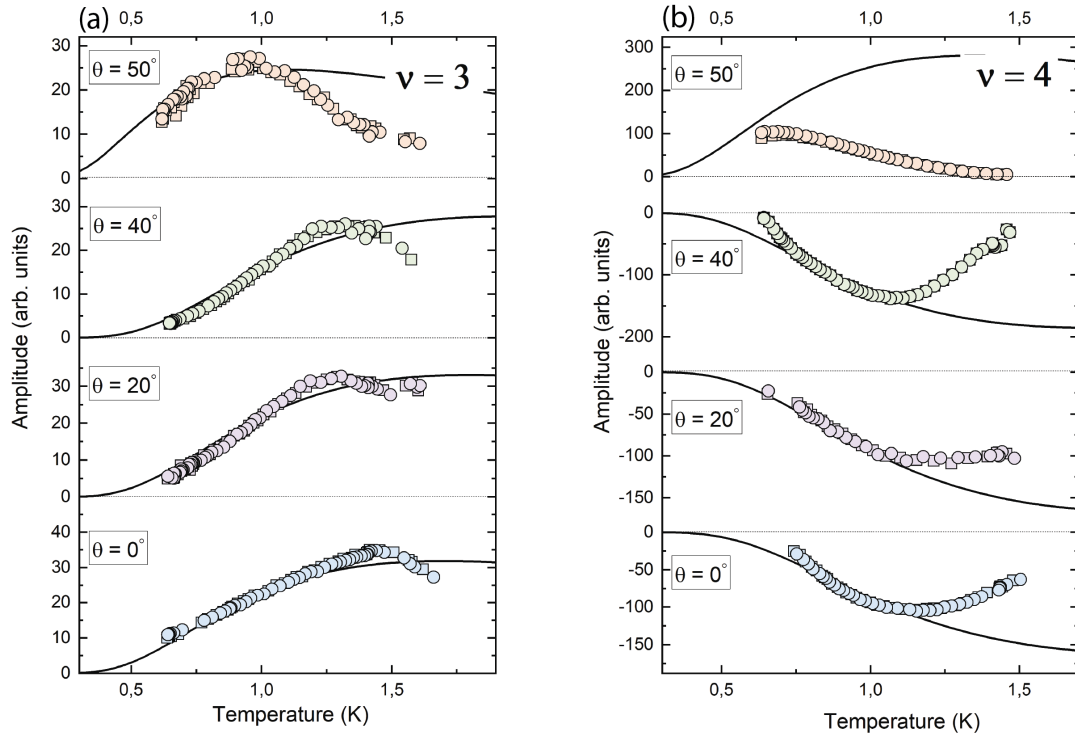


Рис. 2.19: Эволюция температурной зависимости амплитуды спинового резонанса от угла Θ . Цветными точками обозначена амплитуда ЭПР, которая получается от подгонки пика формулой резонанса Фано. Отрицательная амплитуда соответствует аномальному ЭПР. Чёрной сплошной кривой обозначена производная зависимости $\rho_{xx}(T)$ минимума фактора заполнения, где возбуждался спиновый резонанс. Где ЭПР был аномальным кривая домножена на (-1). (а) Данные для $\nu = 3$. Видно совпадение точек и кривой в области низких температур. (б) Данные для $\nu = 2$.

Вблизи критического угла $\Theta_c = 44^\circ$ совпадение ухудшается [48].

углах $\Theta = 0^\circ, 20^\circ$ присутствует согласование амплитуды ЭПР и фитинга в области малых температур. Связано это с тем, что в механизме аномального ЭПР заложено, что чем выше температура, тем больше экситонов возбуждается на нижнюю ветвь CSFE и тем самым больше при резонансном облучении экситонов переходит с нижней ветви CSFE на среднюю, так что и провал сопротивления больше. Однако вблизи ФП оно ухудшается ($\Theta = 40^\circ$). Для $\Theta = 50^\circ$ фаза стала КХ ферромагнетиком, что видно по пикам, которые изменили ориентированность в сопротивлении. Ограничения по температуре не позволили охладить систему ниже $T \sim 0.5$ K, так что сделать вывод про совпадение амплитуды и кривой на $\Theta = 50^\circ$ нельзя.

Глава 3

Экспериментальная методика

В работе изучалась двумерная электронная система, сформированная в ZnO/MgZnO гетеропереходе, который выращивался молекулярно-лучевой эпитаксией [Falson and Kawasaki (2018)]. Основные характеристики приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1: Основные характеристики исследуемого образца ZnO/Mg_xZn_{1-x}O

Концентрация (см ⁻²)	E_c/E_F	Подвижность (см ² / Вc)	Крит. угол ($\nu = 3$)
$n = 1.9 \cdot 10^{11}$	$r_s \simeq 8$	$\mu = 270 \cdot 10^3$	$\theta_c = 61^\circ$

Угол между нормалью поверхности ДЭС и магнитным полем Θ достигается расположением образца на наклонную подставку. Изменение угла поэтому сопровождается термоциклированием. Справа на рис. 3.1 представлена фотография образца. Омические контакты к двумерной системе формировались из индия в геометрии ван дер Пау.

На рис. 3.2 слева схематично представлен криостат, в котором проходил эксперимент. Образец помещается в жидкий гелий-3. При откачке насыщенных паров температура резервуара достигает 0.5 К. Однородное магнитное поле до 15 Т достигается сверхпроводящим соленоидом, помещённым в жидкий гелий-4. Суб-ТГц излучение подводится к поверхности образца волноводным трактом, который работает в сверхразмерном режиме. Мощность излучения у образца не контролировалась, однако в подобных экспериментах мощность $P \leq 1$ мВт [42]. Нагрев от возбуждающего микроволнового излучения характерно $\Delta T \sim 10$ мК.

Справа на рис. 3.2 представлена схема детектирования. Сигнал сопротивления измерялся стандартной 4х-точечной методикой. Обозначим сопротивление ДЭС и контактов к нему ρ . На Lock-in №1 устанавливалось переменное напряжение $V_0 \cos(\Omega t)$ на последовательно соединённых ρ и нагрузочном резисторе $R \gg \rho$. Переменный ток, который течёт через систему: $I = I_0(1 + \rho/R) \cdot \cos(\Omega t) \simeq I_0 \cdot \cos(\Omega t)$, где $I_0 = V_0/R$. При

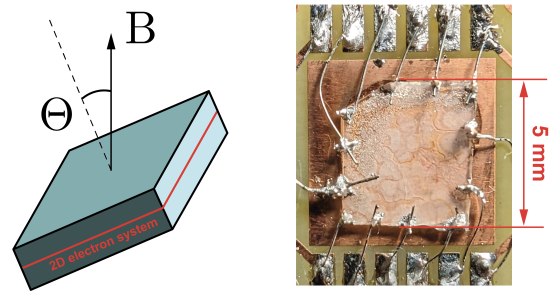


Рис. 3.1: Слева: наклон образца на угол Θ в магнитном поле. Справа: фотография образца.

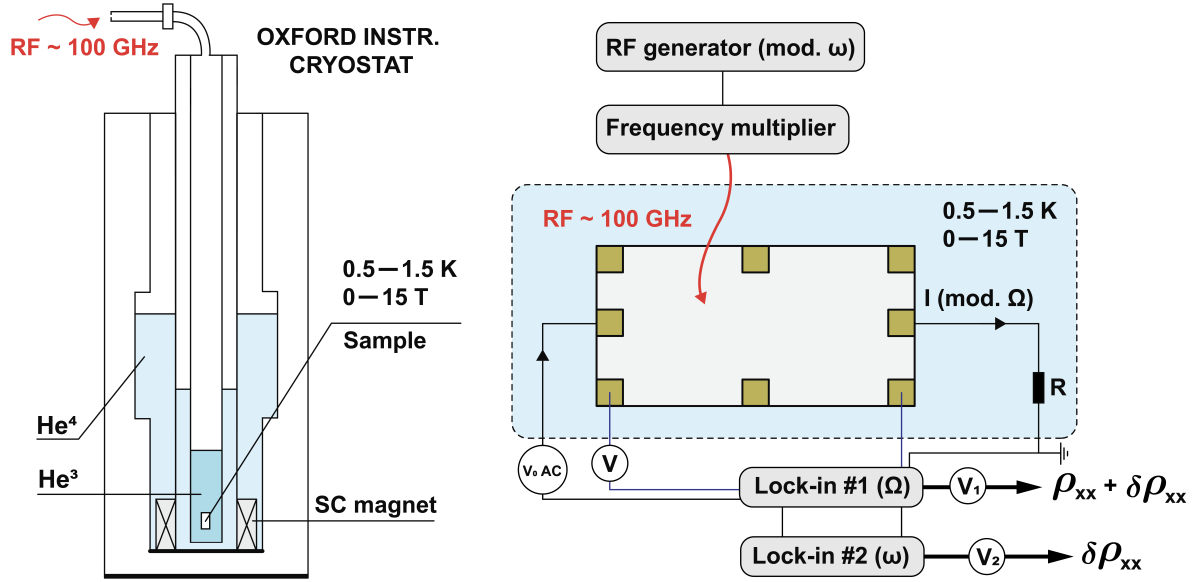


Рис. 3.2: Слева: схема криостата He^3 , в котором проходили измерения. Справа: схема детектирования сигнала. Первый синхронный усилитель измерял сигнал сопротивления ρ_{xx} вместе с добавкой от поглощения излучения $\delta\rho_{xx}$. Второй синхронный усилитель измерял только $\delta\rho_{xx}$ и позволял увеличить соотношение сигнал/шум.

внешней засветке: $\rho = \rho_{xx} + \delta\rho_{xx} \cos(\omega t)$, то есть добавляется компонента $\delta\rho_{xx} \cos(\omega t)$, связанная с периодическим изменением магнетосопротивления из-за модулированного на ω излучения генератора. Также появляется вклад фототока $I_{pc} \cos(\omega t)$, поэтому на потенциометрических контактах Lock-in №1 (обозначены синим цветом):

$$V = (I_0 \cos(\Omega t) + I_{pc} \cos(\omega t)) \cdot (\rho_{xx} + \delta\rho_{xx} \cos(\omega t)) + \tilde{V}, \quad (3.1)$$

где $\tilde{V}$ - шумы входного напряжения. Этот сигнал фильтруется и усиливается. Качественно синхронное детектирование можно представить через домножение сигнала на $\cos(\Omega t)$ и интегрирование по т.н. времени усреднения τ_1 . На выходе Lock-in №1:

$$V_1 = \int_0^{\tau_1} V \cdot \cos(\Omega t) dt \sim \frac{1}{2} I_0 (\rho_{xx} + \delta\rho_{xx}) + \tilde{V}_1. \quad (3.2)$$

Формула получена в приближении $\Omega\tau_1 \gg 1$ и $\Omega \gg \omega$. Типично в эксперименте $\Omega \sim 1$ кГц, $\omega \sim 10$ Гц, $\tau_1 \sim 10$ мс = $(100 \text{ Гц})^{-1}$, $\tilde{V}_1$ - все виды шумов, в том числе вносимые синхронным усилителем. Так измерялось продольное магнетосопротивление ρ_{xx} с откликом ДЭС на микроволновое излучение $\delta\rho_{xx}$ (ЭПР, циклотронный резонанс, плазменные моды, осцилляции магнетосопротивления и др.). Типичный сигнал магнетосопротивления в широком диапазоне магнитных полей, например, представлен штриховой линией на 2.14 (а).

Часто амплитуда спинового резонанса настолько мала, что для его детектирования необходимо увеличить соотношение сигнал/шум. Тогда используется одновременно два синхронных усилителя: Lock-in №2 принимает сигнал с Lock-in №1 и настраивается на частоту модуляции микроволнового сигнала ω . На выходе второго синхронного усилителя:

$$V_2 = \int_0^{\tau_2} V_1 \cdot \cos(\omega t) dt \sim I_0 \delta \rho_{xx} + \tilde{V}_2, \quad (3.3)$$

где $\tilde{V}_2$ — уже шумы, вносимые вторым синхронным усилителем. Для вывода потребовалось ещё одно приближение $\omega \tau_2 \gg 1$. Типично $\omega \sim 10$ Гц, $\tau_2 \sim 1$ с = $(1 \text{ Гц})^{-1}$. Типичный сигнал магнетосопротивления в широком диапазоне магнитных полей на 2.14 (а) представлен уже сплошной линией. Видно, что благодаря этой методике удалось в эксперименте детектировать ЭПР. Перед каждым измерением ток I_0 , параметры модуляций и времени интегрирования синхронных усилителей менялись в узком диапазоне для оптимального сигнала. Мощность излучения подбирается так, чтобы пик ЭПР сохранял линейность по нерезонансному фону $\Delta \rho_{xx}^{ESR} \sim \Delta \rho_{xx}^{BG}$. Это существенно упрощает анализ экспериментальных данных.

Сопротивление омических контактов образца не искажает сигнал, поскольку ток через потенциометрические контакты не течёт. Также, по схеме детектирования видно, что фототок фильтруется усреднением на Lock-in №1, так что не входит в конечный сигнал. Но сам пик в сопротивлении соответствует именно поглощению излучения ДЭС, что доказывают эксперименты с одновременным детектированием $\delta \rho_{xx}$ и пропускания во время резонанса [9], а также эксперименты с детектированием фототока [49].

Можно поставить эксперимент так, чтобы измерять сигнал с компонентой фототока. Для этого достаточно использовать всего один Lock-in, который настроен на частоту генератора СВЧ излучения ω , и подать постоянный ток I_0 , тогда:

$$V_{pc} = \int_0^{\tau_1} V \cdot \cos(\omega t) dt \sim \delta I_{pc} \cdot \rho_{xx} + I_0 \cdot \delta \rho_{xx} + \tilde{V}. \quad (3.4)$$

В случае $V_0 = 0$ можно мерить ЭПР в фототоке [Shchepetilnikov *et al.* (2019)]:

$$V_{pc} \sim \delta I_{pc} \cdot \rho_{xx} + \tilde{V}. \quad (3.5)$$

Иногда, такая методика более чувствительна к спиновому резонансу.

Глава 4

Ферромагнитный переход на факторе заполнения $\nu = 3$

Для наблюдения фазового перехода на факторе заполнения $\nu = 3$, кроме критического угла $\Theta_c = 61^\circ$, изучались углы $\Theta > \Theta_c$ и $\Theta < \Theta_c$. На рис. 4.1 представлены кривые продольного магнетосопротивления от перпендикулярной компоненты магнитного поля в зависимости от угла наклона. В критическом угле 61° в факторе $\nu = 3$ наблюдается гистерезисный пик.

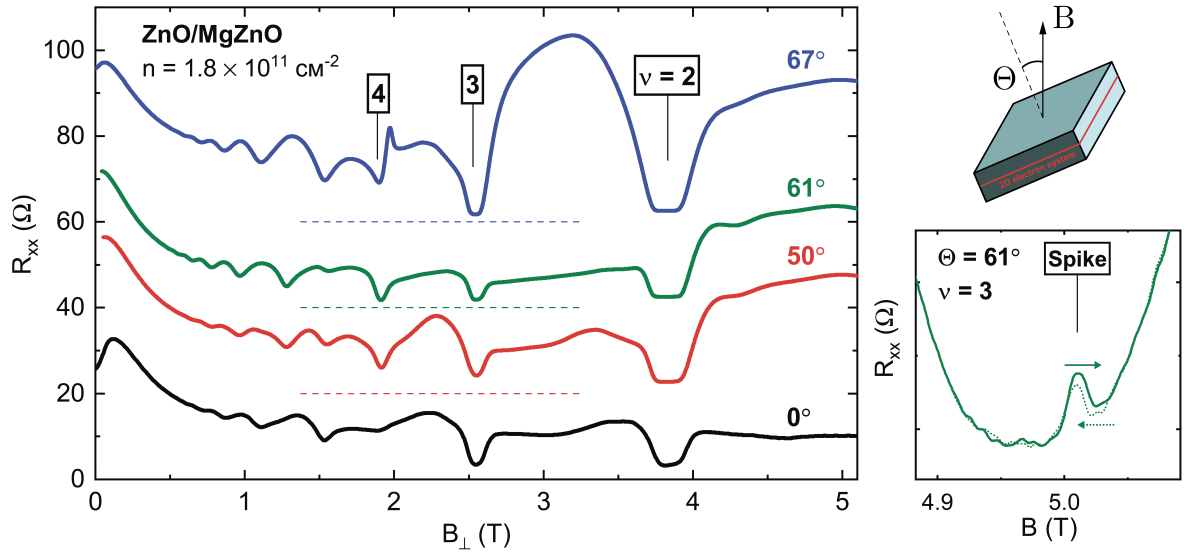


Рис. 4.1: Продольное сопротивление ДЭС гетероперехода ZnO/MgZnO с поверхностной концентрацией $n = 1.8 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ от нормальной компоненты магнитного поля при разных углах наклона Θ . Для удобства, каждая кривая сдвинута на 20Ω над нижележащей кривой. В критическом угле $\Theta_c = 61^\circ$ в факторе заполнения $\nu = 3$ присутствует гистерезисный пик, ассоциированный с фазовым переходом.

ЭПР возбуждался в широкой окрестности фактора заполнения, меняя частоту и подстраивая магнитное поле. На рис. 4.2 (а) цветом обозначены пики спинового резонанса для угла больше критического и (b) для угла меньше критического. Рядом с некоторыми пиками подписана частота возбуждающего суб-ТГц излучения. Каждый пик нормировался так, чтобы совпадали вне резонансные участки сигнала. Черной сплошной кривой обозначено продольное магнетосопротивление вблизи минимума фактора заполнения $\nu = 3$, так что лучше видно относительное положе-

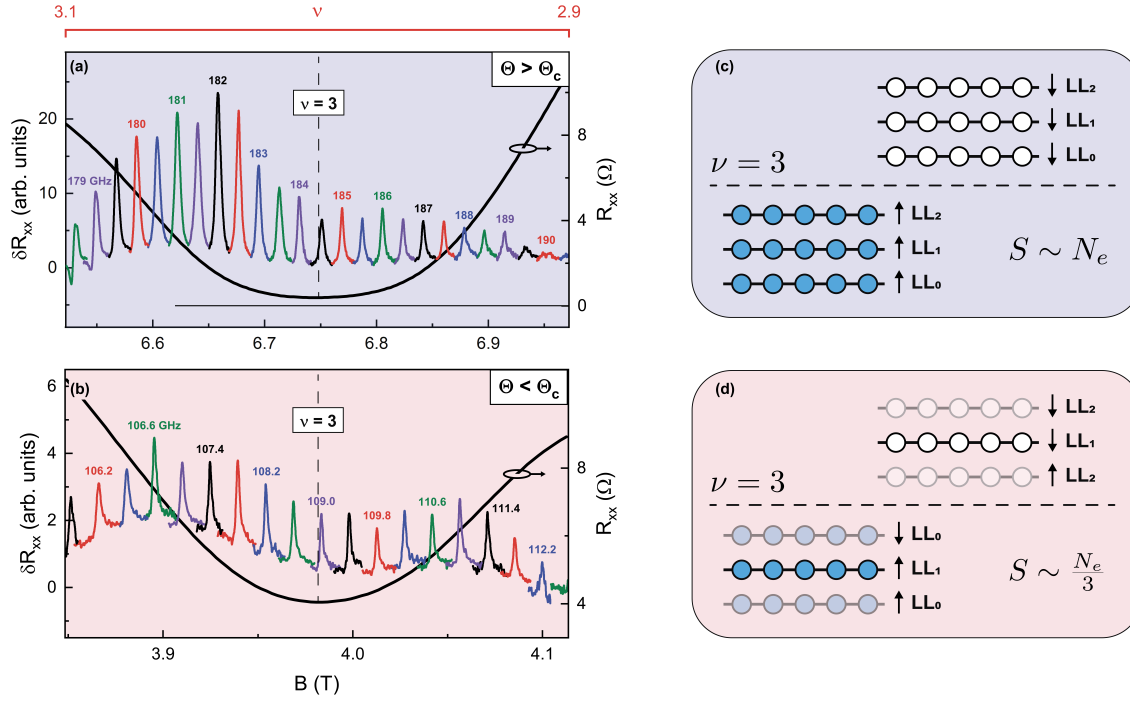


Рис. 4.2: (a), (b) Пики спинового резонанса вблизи фактора заполнения $\nu = 3$ для угла $\Theta > \Theta_c$ и $\Theta < \Theta_c$. Частоты возбуждающего излучения в ГГц подписаны вблизи некоторых пиков. Черной сплошной кривой обозначено продольное магнетосопротивление вблизи минимума фактора заполнения $\nu = 3$ для удобства. Наблюдается фазовый переход с сохранением КХ ферромагнитного упорядочения и изменением спиновой поляризации. Качественно это можно понять из упорядочения уровней при разных углах в одночастичной модели (c), (d).

ние пиков в факторе КЭХ. По оси абсцисс отложена полная величина магнитного поля. Видно, что в обоих случаях присутствует спиновый резонанс, однако в случае $\Theta > \Theta_c$ амплитуда в несколько раз больше, чем в случае $\Theta < \Theta_c$. Для одной и той же материальной системы изменение интенсивности пика ЭПР значит изменение равновесной спиновой поляризации (S_0 в уравнении 2.27). Сравнение пиков для $\Theta = 50^\circ$ и $\Theta = 67^\circ$ приведено на рис. 4.3; отношение амплитуд пиков на рис. 4.3 ~ 5 . Из этого мы предполагаем, что фазовый переход произошел, но с сохранением КХ ферромагнитного порядка и изменением степени спиновой поляризации.

Качественно увеличение амплитуды объясняется одночастичной моделью упорядочения уровней Ландау при изменении угла Θ — схематично это представлено на рис. 4.2 (c), (d). Когда $\Theta > \Theta_c$ оказываются заполнены уровни $|\uparrow\rangle_{N=0}$, $|\uparrow\rangle_{N=1}$, $|\uparrow\rangle_{N=2}$. Спиновая поляризация максимальна и для резонансного поглощения доступны электроны всех подуровней. Для $\Theta < \Theta_c$ упорядочение иное: оказываются заполнены $|\uparrow\rangle_{N=0}$, $|\downarrow\rangle_{N=0}$ и $|\uparrow\rangle_{N=1}$, так что спиновая поляризация в 3 раза меньше. Соответственно, меньше и амплитуда спинового резонанса.

Отметим, что при $\Theta = 67^\circ$ спиновые резонансы заметно шире, чем при $\Theta = 50^\circ$ (рис. 4.3). Такое поведение может объясняться наличием спин-орбитального взаимодействия в ДЭС ZnO/MgZnO [Khisameeva *et al.* (2023)], которое перемешивает спиновую степень свободы и орбитальное движение электронов в режиме квантового эффекта Холла. Как следствие, спиновое расщепление i -го уровня Ландау зависит от квадрата его индекса. Положения по магнитному полю резонансных спиновых переходов с каждого из уровней Ландау немного отличаются, обуславливая уширение

суммарного пика. Оценка разницы в расщеплении для нулевого и второго уровней Ландау даёт уширение на уровне 1 мТ, что неплохо согласуется с экспериментальными данными.

Случай $\Theta = \Theta_c$ изображён на рис. 4.4. Здесь также цветом обозначены пики спинового резонанса, которые возбуждаются на разных частотах. Черная сплошная кривая — продольное магнетосопротивление вблизи минимума фактора заполнения $\nu = 3$. В поле $B_c \simeq 5$ Т виден гистерезисный пик, ассоциированный с фазовым переходом. В магнитных полях меньших B_c возбуждается спиновый резонанс, так что состояние там КХ ферромагнетик. Удивительно, но спиновый резонанс наблюдался лишь в одной из фаз, лежащей в области магнитных полей меньших, чем критическое поле B_c . Подчеркнем, что при таких фазовых переходах область с большей спиновой поляризацией лежит именно в меньших B_c магнитных полях [Shchepetilnikov *et al.* (2021)]. По мере увеличения магнитного поля до критического наблюдалось как уменьшение амплитуды резонанса, так и увеличение его ширины, а также расщепление его на несколько пиков. В области полей больших B_c спиновый резонанс полностью исчезал. Такое поведение противоречит простой феноменологической модели, основывающейся на перенормировке зонных параметров электронной системы, так как в этом диапазоне полей состояние все еще должно быть поляризовано по спину, а значит, спиновый резонанс должен наблюдаться. Также, этот результат не согласуется с экспериментами по неупругому рассеянию света на факторе $\nu = 3$ [34]. В них линия спинового экситона детектировалась в широкой окрестности фактора заполнения и при фазовом переходе падала в 2.4 раза. Это ещё раз подчёркивает разницу экспериментальных данных из ФЛ- и ЭПР-спектроскопии.

Отдельно проверялось, что исчезновение ЭПР не связано с намагничиванием ядерной подсистемы: при длительном возбуждении спинового резонанса, из-за сверх-тонкого взаимодействия спины электронной подсистемы частично передаются ядерной подсистеме (эффект Оверхаузера). Это меняет магнитное поле, при котором наблюдается резонанс. Однако известно, что у ZnO/MgZnO сила сверх-тонкого взаимодействия малая, так что для намагничивания ядерной подсистемы необходимо часами возбуждать спиновый резонанс электронной подсистемы. Для подтверждения этого, эксперимент по детектированию ЭПР с увеличением частоты делался дважды подряд: когда в области $B > B_c$ ЭПР переставал наблюдаться, тогда частота уменьшалась и пики успешно прописывались в области $B < B_c$. Связь границы исчезновения ЭПР и гистерезисного пика проверялась и по другому. В критическом угле наклона из-за термоциклирования на несколько процентов менялась поверхностная концентрация электронов, так что удалось детектировать гистерезисный пик магнетосопротивления правее и левее от фак-

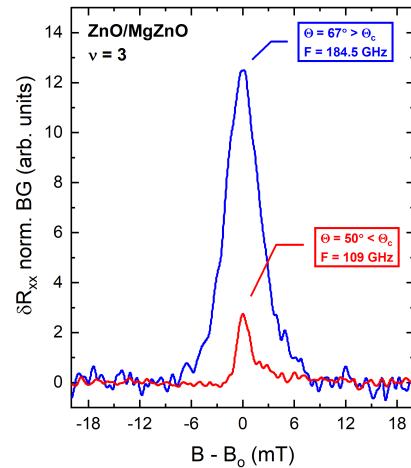


Рис. 4.3: Сравнение пиков ЭПР в факторе КЭХ $\nu = 3$ для $\Theta = 50^\circ$ (красный пик, $B_0 = 3.984$ Т) и $\Theta = 67^\circ$ (синий пик, $B_0 = 6.751$ Т). Сигнал приведен в форме $\delta R_{xx}/\delta R_{xx}^{BG} - 1$, где δR_{xx}^{BG} - сигнал нерезонансного фона (хвостов сигнала ЭПР линии).

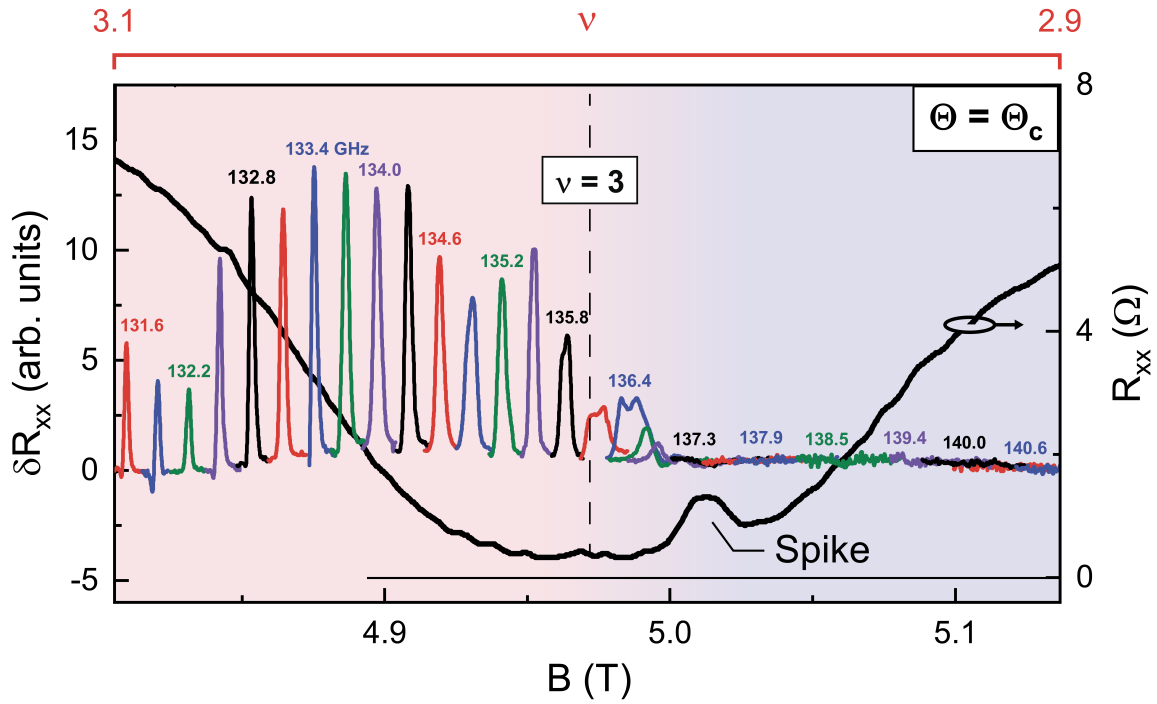


Рис. 4.4: Пики спинового резонанса вблизи фактора заполнения $\nu = 3$ для угла $\Theta = \Theta_c$. Частоты возбуждающего излучения в ГГц подписаны вблизи некоторых пиков. Черной сплошной кривой обозначено продольное магнетосопротивление вблизи минимума фактора заполнения $\nu = 3$ для удобства.

тора заполнения (рис. 4.5). Граница исчезновения спинового резонанса сдвинулось вместе с гистерезисным пиком. На панели (а), например, ЭПР не наблюдается вблизи $\nu = 3$, поскольку $B_c < B_{\nu=2}$. А на панели (b) иная ситуация, там $B_c > B_{\nu=2}$ и ЭПР детектируется в широкой области вблизи фактора $\nu = 3$.

По всей видимости, такое поведение спинового резонанса объясняется появлением зародышей новых фаз — доменов с разной спиновой поляризацией — при приближении к ферромагнитному фазовому переходу. Наличие таких доменов может приводить к значительному уменьшению времени спиновой релаксации из-за рассеяния на границах зерен, что и обуславливает подавление спинового резонанса. Как видно из эксперимента, такое подавление наблюдается не только при наличии зародышей ферромагнитной фазы в парамагнитной, что характерно для перехода вблизи $\nu = 2$ [48] но и при наличии ферромагнитных зародышей, имеющих спиновую поляризацию отличную от поляризации основной фазы. Уширение и расщепление спинового резонанса на несколько пиков при подходе к B_c около $\nu = 3$ аналогично поведению спинового резонанса при ферромагнитном переходе при $\nu = 2$ и, по всей видимости, обуславливается таким же механизмом.

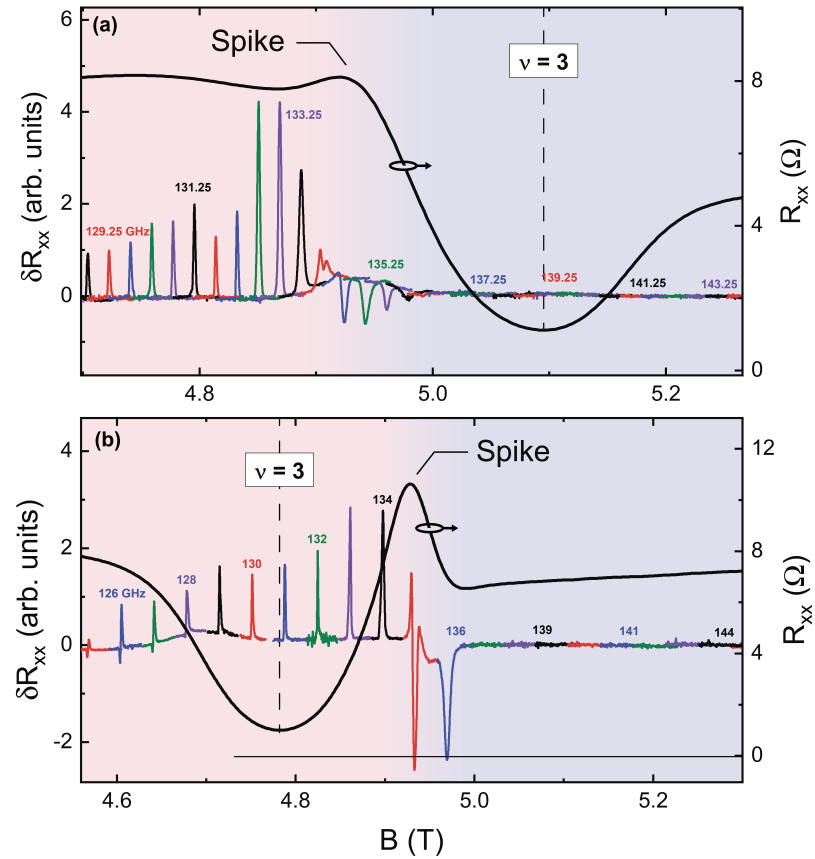


Рис. 4.5: Пики спинового резонанса вблизи фактора заполнения $\nu = 3$ для угла $\Theta = \Theta_c$. Частоты возбуждающего излучения в ГГц подписаны вблизи некоторых пиков. Черной сплошной кривой обозначено продольное магнетосопротивление вблизи минимума фактора заполнения $\nu = 3$ для удобства; в магнитном поле B_c в сигнале виден пик, ассоциированный с ФП. Вблизи B_c пики уширяются и разбиваются на несколько пиков. В области $B > B_c$ ЭПР, вопреки предсказаниям одночастичной модели, не детектируется.

Глава 5

Заключение

ЭПР-спектроскопией был изучен квантовый фазовый переход сильно коррелированной ДЭС вблизи нечетного фактора заполнения $\nu = 3$ в ZnO/MgZnO гетеропереходе. Анализ амплитуды спинового резонанса позволил подтвердить спиновую природу этого явления. При этом интенсивный спиновый резонанс наблюдается как при $\Theta < \Theta_c$, так и при $\Theta > \Theta_c$. Удивительным образом, непосредственно в критическом угле Θ_c спиновый резонанс детектировался лишь в одной из фаз, лежащей в области меньших магнитных полей. При увеличении магнитного поля вплоть до B_c наблюдалось уменьшение амплитуды резонанса и уширение резонансного пика. В области полей больших B_c спиновый резонанс исчезал. Видимо, такое поведение резонанса связано с разбиением электронной системы на домены с разной спиновой поляризацией.

Я искренне признателен моему научному руководителю Антону Вячеславовичу Щепетильникову за содействие и поддержку на всех этапах настоящей работы. Я очень благодарен А. Хисамеевой, С. Андреевой, П. Бережному, И. Кукушкину и особенно В. Соловьёву за сотрудничество, научные разговоры и плодотворное обсуждение результатов этой работы. Признателен всему коллективу ЛНЭП за дружескую и деловую атмосферу. Благодарю всех близких друзей и дорогую семью.

Глава 6

Приложение

6.1 Теорема Кона

В работе [Kohn \(1961\)](#) была доказана теорема о том, что межэлектронное взаимодействие не влияет на частоту возбуждения циклотронного резонанса в трансляционно-симметричной электронной системе.

Рассмотрим систему N электронов во внешнем однородном квазистационарном магнитном поле $B \parallel z$ [\[51\]](#). Гамильтониан имеет вид:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^N \mathbf{P}_i^2 + \sum_{i<j}^N V(r_i - r_j), \quad (6.1)$$

где векторный потенциал $\mathbf{A} = B(0, x, 0)$, магнетон Бора μ_B и полный импульс системы электронов

$$\mathbf{P} = \sum_{i=1}^N \left(\mathbf{p}_i + \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}_i) \right). \quad (6.2)$$

Определим оператор $P_+ = P_x + iP_y$. В совокупности [6.2](#) и того, что полный импульс системы электронов коммутирует со слагаемым взаимодействия:

$$\left[\sum_{i<j}^N V(r_i - r_j), P_+ \right] = 0, \quad (6.3)$$

В итоге, получаем

$$[\mathcal{H}, P_+] = \omega_c P_+, \quad (6.4)$$

то есть $P_+ |0\rangle$ — собственное состояние $\mathcal{H}$ с энергией $E_0 + \omega_c$, где $\omega_c = eB/m$. Это возбуждённое состояние и известно как циклотронный резонанс. Получается, что нет изменения щели между уровнями $\hbar\omega_c$ и кулоновское взаимодействие не влияет на циклотронный резонанс.

6.2 Теорема Лармора

Теорема Лармора утверждает, что в изотропной электронной системе межэлектронное взаимодействие не влияет на частоту возбуждения спинового резонанса.

Рассмотрим ДЭС в присутствии магнитного поля $\mathbf{B}$, направленного по оси z . Представим гамильтониан в виде [\[Karimi et al. \(2017\)\]](#):

$$\mathcal{H} = \sum_i \left[\frac{\hat{\mathbf{p}}_i^2}{2m} + \frac{Z}{2} \hat{\sigma}_{z,i} \right] + \frac{e^2}{2} \sum_{ij} \frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}. \quad (6.5)$$

Здесь m и e — эффективная масса и заряд электрона, $Z = g\mu_B B$ — зеемановское расщепление. Определим оператор спиновой волны:

$$\hat{S}_{+,\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \sum_i \hat{\sigma}_{+,i} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_i}, \quad (6.6)$$

где $\hat{\sigma}_+ = \hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y$. Этот оператор удовлетворяет уравнению движения Гейзенберга

$$\frac{d}{dt} \hat{S}_{+,\mathbf{q}} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{S}_{+,\mathbf{q}}, \mathcal{H}] = i\omega_{\text{sw}}(\mathbf{q}) \hat{S}_{+,\mathbf{q}}, \quad (6.7)$$

где $i\omega_{\text{sw}}(\mathbf{q})$ — частота спиновой волны, $\mathbf{q}$ — волновое число. Для интересующего нас случая $\mathbf{q} = 0$ обозначим $\omega_{\text{sw}}(0) = \omega_{\text{sw},0}$. Оператор $\hat{S}_{+,0} = \frac{1}{2} \sum_i \hat{\sigma}_{+,i}$ коммутирует с кинетическим слагаемым гамильтониана и слагаемым электрон-электронного взаимодействия, поэтому

$$[\hat{S}_{+,0}, \mathcal{H}] = \frac{Z}{4} \sum_i [\hat{\sigma}_{+,i}, \hat{\sigma}_{z,i}] = -Z \hat{S}_{+,0} \quad (6.8)$$

В совокупности с 6.7:

$$\frac{d}{dt} \hat{S}_{+,0} = \frac{i}{\hbar} Z \hat{S}_{+,0} \quad (6.9)$$

Поэтому, энергия возбужденного состояния

$$\hbar\omega_{\text{sw},0} = Z. \quad (6.10)$$

При анализе дисперсии возбуждения теорема проявляется в том, что дисперсия спиновой волны при в длинноволновом пределе равна $g\mu_B B$. Отклонение от этой теоремы описано в работах [Krishtopenko *et al.* (2013); Califano *et al.* (2006)]. Экспериментально теорема подтверждалась множество раз, начиная с первых работ по спиновому резонансу в магнетосопротивлении в режиме КЭХ [5].

6.3 Спиновая восприимчивость в теории Ферми жидкости

Выведем магнитную восприимчивость Ферми-жидкости в двумерной изотропной электронной системе с параболической дисперсией [Landau and Lifshitz (1957), но для размерности 2. Менее строгий вывод см. Zhu *et al.* (2003)]. Спиновая восприимчивость — величина пропорциональности между магнитным моментом единицы объёма и магнитным полем $\mathbf{B}$:

$$\chi \mathbf{B} = \mu_B \cdot \text{Tr} \int \boldsymbol{\sigma} \delta \hat{\varepsilon} \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} d\tau = \mu_B \cdot \text{Tr} \int \boldsymbol{\sigma} (-\delta(\varepsilon - \varepsilon_F)) \delta \hat{\varepsilon} \frac{m}{2\pi \hbar^2} d\varepsilon = \quad (6.11)$$

С учётом, что $d\tau = \frac{d^2 k}{(2\pi)^2} = \frac{2\pi k dk}{(2\pi)^2} = \frac{1}{2\pi} k dk = \frac{1}{2\pi} \frac{m}{\hbar^2} d\varepsilon$ и $dk = \frac{m}{\hbar^2} \frac{1}{k} d\varepsilon$.

$$= -\mu_B \frac{m}{2\pi \hbar^2} \cdot \text{Tr} \int \boldsymbol{\sigma} \delta \hat{\varepsilon} \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) d\varepsilon = \mu_B \frac{m}{2\pi \hbar^2} \left(\frac{\mu_B g}{2} \right) \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{B} \boldsymbol{\sigma}), \quad (6.12)$$

где использовалось, что $\delta\hat{\varepsilon} = -\frac{\mu_B g}{2}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{B}$. Воспользуемся также тем, что $Tr\sigma_i(\mathbf{B}\boldsymbol{\sigma}) = Tr\sigma_i(B_x\sigma_x + B_y\sigma_y + B_z\sigma_z) = Tr\sigma_i^2 B_i = 2B_i$. В таком случае

$$\chi\mathbf{B} = \mu_B \frac{m}{2\pi\hbar^2}(\mu_B g)\mathbf{B} = \frac{g^* m^* \mu_B^2}{2\pi\hbar^2}\mathbf{B} \quad (6.13)$$

Спиновая восприимчивость $\chi_{spin} = \frac{d(N_{\uparrow} - N_{\downarrow})}{dB} = \chi/\mu_B$, где спиновая восприимчивость двумерного ферми-газа $\chi_{spin,0} = \frac{gm\mu_B^2}{2\pi\hbar^2}\mathbf{B}$.

Наконец, получаем соотношение:

$$\frac{\chi}{\chi_0} = \frac{g^* m^*}{gm} \quad (6.14)$$

Литература

- [1] K. v. Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, [Physical review letters](#) **45**, 494 (1980).
- [2] D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard, [Physical Review Letters](#) **48**, 1559 (1982).
- [3] R. B. Laughlin, [Physical Review Letters](#) **50**, 1395 (1983).
- [4] I. Kukushkin and V. Timofeev, [Advances in Physics](#) **45**, 147 (1996).
- [5] D. Stein, K. v. Klitzing, and G. Weimann, [Physical review letters](#) **51**, 130 (1983).
- [6] Y. Kozuka, A. Tsukazaki, and M. Kawasaki, [Applied Physics Reviews](#) **1**, 011303 (2014).
- [7] V. Solovyev, A. Van’Kov, I. Kukushkin, J. Falson, D. Zhang, D. Maryenko, Y. Kozuka, A. Tsukazaki, J. Smet, and M. Kawasaki, [Applied Physics Letters](#) **106** (2015).
- [8] A. Khisameeva, A. Shchepetilnikov, A. Dremin, and I. Kukushkin, [JETP Letters](#) **117**, 681 (2023).
- [9] D. Tabrea, [PHD Dissertation](#) (2022).
- [10] A. V. Shchepetilnikov, Y. A. Nefyodov, A. Dremin, and I. V. Kukushkin, [JETP Letters](#) **107**, 770 (2018).
- [11] V. Kozlov, A. Van’Kov, S. Gubarev, I. Kukushkin, V. Solovyev, J. Falson, D. Maryenko, Y. Kozuka, A. Tsukazaki, M. Kawasaki, *et al.*, [Physical Review B](#) **91**, 085304 (2015).
- [12] V. Solovyev and I. Kukushkin, [Physical Review B](#) **96**, 115131 (2017).
- [13] Landau and Lifshitz, *Теоретическая физика. Электродинамика сплошных сред* (1957).
- [14] J. Falson and M. Kawasaki, [Reports on Progress in Physics](#) **81**, 056501 (2018).
- [15] J. Falson, I. Sodemann, B. Skinner, D. Tabrea, Y. Kozuka, A. Tsukazaki, M. Kawasaki, K. von Klitzing, and J. H. Smet, [Nature materials](#) **21**, 311 (2022).
- [16] Y. J. Chung, A. Gupta, K. Baldwin, K. West, M. Shayegan, and L. Pfeiffer, [Physical Review B](#) **106**, 075134 (2022).
- [17] A. Tsukazaki, A. Ohtomo, T. Kita, Y. Ohno, H. Ohno, and M. Kawasaki, [Science](#) **315**, 1388 (2007).

- [18] L. Sang, S. Y. Yang, G. P. Liu, G. J. Zhao, C. B. Liu, C. Y. Gu, H. Y. Wei, X. L. Liu, Q. S. Zhu, and Z. G. Wang, [IEEE transactions on electron devices](#) **60**, 2077 (2013).
- [19] P. Wang, S. Ma, L. Guo, T. Shang, Z. Song, and Y. Yang, [Japanese Journal of Applied Physics](#) **54**, 091102 (2015).
- [20] Q. Li, J. Zhang, Z. Zhang, F. Li, and X. Hou, [Semiconductor Science and Technology](#) **29**, 115001 (2014).
- [21] C. Kittel and P. McEuen, *Introduction to solid state physics* (John Wiley & Sons, 2018).
- [22] A. A. Abrikosov, *Основы теории металлов* (2010).
- [23] I. Burmistrov, [Введение в целочисленный квантовый эффект Холла](#) (2015).
- [24] L. Landau, *Zeitschrift für Physik* **64**, 629 (1930).
- [25] P. de Brito and H. Nazareno, [European journal of physics](#) **28**, 9 (2006).
- [26] D. Maryenko, J. Falson, Y. Kozuka, A. Tsukazaki, and M. Kawasaki, [Physical Review B](#) **90**, 245303 (2014).
- [27] E. De Poortere, E. Tutuc, S. Papadakis, and M. Shayegan, [Science](#) **290**, 1546 (2000).
- [28] J. Falson, D. Maryenko, B. Friess, D. Zhang, Y. Kozuka, A. Tsukazaki, J. Smet, and M. Kawasaki, [Nature Physics](#) **11**, 347 (2015).
- [29] J. Jaroszyński, T. Andrearczyk, G. Karczewski, J. Wróbel, T. Wojtowicz, E. Papis, E. Kamińska, A. Piotrowska, D. Popović, and T. Dietl, [Physical review letters](#) **89**, 266802 (2002).
- [30] E. De Poortere, E. Tutuc, and M. Shayegan, [Physical review letters](#) **91**, 216802 (2003).
- [31] T. Jungwirth and A. MacDonald, [Physical Review Letters](#) **87**, 216801 (2001).
- [32] A. V. Shchepetilnikov, A. R. Khisameeva, Y. A. Nefyodov, and I. V. Kukushkin, [JETP Letters](#) **113**, 657 (2021).
- [33] A. B. Van'kov, B. Kaysin, and I. V. Kukushkin, [JETP Letters](#) **107**, 106 (2018).
- [34] A. Van'kov, B. Kaysin, and I. Kukushkin, [Physical Review B](#) **96**, 235401 (2017).
- [35] M. M. Glazov, [Electron & Nuclear Spin Dynamics in Semiconductor Nanostructures](#), Vol. 23 (Oxford University Press, 2018) Chap. 3.
- [36] M. I. Dyakonov and A. Khaetskii, [Spin physics in semiconductors](#), Vol. 1 (Springer, 2017).
- [37] D. J. Lockwood and A. Pinczuk, [Optical Phenomena in Semiconductor Structures of Reduced Dimensions](#), Vol. 248 (Springer Science & Business Media, 1993).
- [38] E. Olshanetsky, J. D. Caldwell, M. Pilla, S.-c. Liu, C. R. Bowers, J. A. Simmons, and J. L. Reno, [Physical Review B](#) **67**, 165325 (2003).
- [39] C. Kallin and B. Halperin, [Physical Review B](#) **30**, 5655 (1984).

- [40] J. Matsunami, M. Ooya, and T. Okamoto, [Physical review letters](#) **97**, 066602 (2006).
- [41] M. Dobers, F. Malcher, G. Lommer, K. v Klitzing, U. Rössler, K. Ploog, and G. Weimann, in *High Magnetic Fields in Semiconductor Physics II: Transport and Optics, Proceedings of the International Conference, Würzburg, Fed. Rep. of Germany, August 22–26, 1988* (Springer, 1989) pp. 386–395.
- [42] Y. A. Nefyodov, A. Shchepetilnikov, I. Kukushkin, W. Dietsche, and S. Schmult, [Physical Review B](#) **84**, 233302 (2011).
- [43] A. Shchepetilnikov, A. R. Khisameeva, Y. A. Nefyodov, I. V. Kukushkin, L. Tiemann, C. Reichl, W. Dietsche, and W. Wegscheider, [Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures](#) **124**, 114278 (2020).
- [44] A. Shchepetilnikov, Y. A. Nefyodov, I. Kukushkin, and W. Dietsche, in *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 456 (IOP Publishing, 2013) p. 012035.
- [45] A. Shchepetilnikov, D. Frolov, Y. A. Nefyodov, I. Kukushkin, L. Tiemann, C. Reichl, W. Dietsche, and W. Wegscheider, [Physical Review B](#) **96**, 161301 (2017).
- [46] A. V. Shchepetilnikov, D. D. Frolov, Y. A. Nefyodov, L. V. Kulik, I. V. Kukushkin, L. Tiemann, C. Reichl, W. Dietsche, and W. Wegscheider, [Solid State Communications](#) **291**, 21 (2019).
- [47] A. Berg, M. Dobers, R. Gerhardtts, and K. v. Klitzing, [Physical review letters](#) **64**, 2563 (1990).
- [48] A. Shchepetilnikov, A. Khisameeva, G. Nikolaev, S. Lopatina, and I. Kukushkin, [Physical Review B](#) **107**, 195415 (2023).
- [49] A. V. Shchepetilnikov, A. R. Khisameeva, Y. A. Nefyodov, and I. V. Kukushkin, [JETP Letters](#) **110**, 599 (2019).
- [50] W. Kohn, [Physical Review](#) **123**, 1242 (1961).
- [51] E. Lipparini, *Modern many-particle physics: atomic gases, nanostructures and quantum liquids* (World Scientific, 2008).
- [52] S. Karimi, F. Baboux, F. Perez, C. A. Ullrich, G. Karczewski, and T. Wojtowicz, [Physical Review B](#) **96**, 045301 (2017).
- [53] S. S. Krishtopenko, V. Gavrilenko, and M. Goiran, [Physical Review B](#) **87**, 155113 (2013).
- [54] M. Califano, T. Chakraborty, P. Pietiläinen, and C.-M. Hu, [Physical Review B](#) **73**, 113315 (2006).
- [55] J. Zhu, H. Stormer, L. Pfeiffer, K. Baldwin, and K. West, [Physical review letters](#) **90**, 056805 (2003).
- [56] A. Shchepetilnikov, Y. A. Nefyodov, and I. V. Kukushkin, [JETP letters](#) **97**, 574 (2013).
- [57] A. Shchepetilnikov, D. Frolov, Y. A. Nefyodov, I. Kukushkin, D. Smirnov, L. Tiemann, C. Reichl, W. Dietsche, and W. Wegscheider, [Physical Review B](#) **94**, 241302 (2016).

- [58] Y. A. Nefyodov, A. Shchepetilnikov, I. Kukushkin, W. Dietsche, and S. Schmult, [Physical Review B](#) **83**, 041307 (2011).
- [59] A. Khisameeva, A. Shchepetilnikov, A. Dremin, and I. Kukushkin, [JETP Letters](#) **117**, 681 (2023).
- [60] A. V. Shchepetilnikov, Y. A. Nefyodov, A. Dremin, and I. V. Kukushkin, [JETP Letters](#) **107**, 770 (2018).