

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ПРОВОДИМОСТИ В ЧИСТЫХ МЕТАЛЛАХ

В. Ф. ГАНТМАХЕР, В. Т. ПЕТРАШОВ

ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Говоря о чистых металлах, мы будем иметь в виду только вещества, строгая периодичность кристаллической решетки которых нарушается лишь отдельными, далеко друг от друга отстоящими дефектами. Для того чтобы называться металлом, вещество должно обладать электропроводностью при абсолютном нуле температур. Металл можно представлять себе в виде правильной решетки из положительно заряженных ионов, заполненной газом из «свободных» электронов, электронов проводимости.

Под такое определение металла не подходит, например, чистый германий; свободные электроны в нем существуют только при сравнительно высоких температурах, а при охлаждении они все оказываются закрепленными вблизи атомов. Не подходит также и сильно легированный антимонид индия — свободные электроны при абсолютном нуле в нем обязаны своим происхождением дефектам, примесям и межпримесному взаимодействию, а не идеальной кристаллической матрице. Не попадают под наше рассмотрение и сплавы с нестехиометрическим составом — в их кристаллической решетке слишком много дефектов. Но, помимо чистых элементов металлов и сплавов со строгим стехиометрическим составом, под наше определение попадает и большое количество соединений, например, такие как MoO_2 , WO_2 , ReO_3 , Re_2O_3 , NbSe_2 , TlS_2 и некоторые другие. Входят в него и так называемые полуметаллы: висмут, сурьма, мышьяк, графит, имеющие при абсолютном нуле свободные электроны, порожденные чистой матрицей, хотя и в количестве, существенно меньшем, чем один электрон на атом.

Наличие кристаллической решетки меняет свойства электронов проводимости и делает их непохожими на электроны в вакууме. Рассмотрим кратко основные особенности электронов в металлах.

Первая особенность связана с вырожденностью электронного газа. В вакууме плотность электронов ограничена кулоновским электростатическим отталкиванием одноименных зарядов и практически никогда не превышает 10^{10} электронов в 1 см^3 . В металле отрицательно заряженный электронный газ находится внутри положительно заряженного ионного остова, и силы притяжения со стороны остова компенсируют взаимное отталкивание электронов. Поэтому кулоновские силы не ограничивают плотности электронного газа. Число «свободных» электронов равно числу атомов, умноженному на число электронов, отданных каждым атомом в «общее пользование». Это соответствует плотностям N порядка 10^{22} см^{-3} . При таких больших плотностях уже существует принцип Паули, согласно которому в каждом квантовомеханическом состоянии может находиться всего один электрон.

Поскольку квантовым числом для свободных электронов является импульс p , а также и направление спина, принцип Паули требует, чтобы у всех «свободных» электронов были различные импульсы. Причем различными импульсы считаются только в том случае, если разность между ними больше некоторой фиксированной величины, определяемой через постоянную Планка \hbar . В результате все импульсное пространство разбивается на ячейки объемом $(2\pi\hbar)^3/V$ (V — объем самого кристалла), и в каждой ячейке может находиться лишь два электрона (с разными спинами).

Воспользуемся сначала обычными формулами, связывающими величину импульса p со скоростью v и энергией ϵ :

$$p = mv, \quad (1)$$

$$\epsilon = p^2/2m = mv^2/2, \quad (2)$$

где m — масса электрона. Из этих формул видно, что, поскольку электроны стремятся занять при абсолютном нуле состояния с наименьшими энергиями, занятыми окажутся все состояния внутри сферы, радиус которой p_F определяется условием

$$NV \frac{(2\pi\hbar)^3}{2V} = \frac{4}{3} \pi p_F^3, \quad p_F = \hbar (3\pi^2 N)^{1/3}. \quad (3)$$

Сфера, отделяющая занятые состояния от свободных, называется ферми-поверхностью, а граничная энергия $\epsilon_F = p_F^2/2m$ — энергией Ферми.

Вблизи ферми-поверхности и при абсолютном нуле температур скорости электронов отнюдь не малы. Нетрудно оценить, что ϵ_F по порядку величины соответствует $10\,000^\circ\text{K}$, а фермиевская скорость достигает 10^8 см/сек — 1% от скорости света. Из-за большой величины ϵ_F повышение температуры лишь несколько размывает границу раздела между занятыми и свободными состояниями. Неравенство $\epsilon_F \gg kT$ называется условием вырожденности электронного газа.

В действительности поверхность Ферми, близкая к сферической, есть только у щелочных металлов. В остальных металлах влияние потенциала решетки приводит к радикальному изменению динамических свойств электронов. Энергия ϵ оказывается связанной с импульсом более сложной, чем (2), функциональной зависимостью $\epsilon(p)$, а изоэнергетические поверхности существенно отличаются от сфер. Они, однако, должны обязательно обладать всеми элементами симметрии точечной группы соответствующего кристалла и, кроме того, трансляционной симметрией, многократно повторяясь в импульсном пространстве. Поскольку симметрия решетки у разных металлов разная, да и количество свободных электронов на атом различно, то у каждого металла своя ферми-поверхность. На рис. 1 приведено несколько примеров.

Все физически различные состояния электронов можно описать, пользуясь ограниченной областью импульсного пространства вблизи начала координат, так называемой зоной Бриллюэна. Приведенная на рис. 1, а ферми-поверхность индия представляет собой один из повторяющихся элементов. Однако в целом ряде случаев периодичность функции $\epsilon(p)$ оказывается существенной и удобно изображать несколько повторяющихся элементов изоэнергетической поверхности. Несмотря на их причудливость, в каждом случае можно довольно просто объяснить, почему поверхность именно такая, а часто указать даже простую связь с прародительницей — сферой.

Мы, однако, будем рассматривать все это как нечто данное, как исходный материал и сформулируем лишь несколько правил пользования этим материалом.

Все электронные свойства металла зависят от того, как электроны на ферми-поверхности реагируют на внешние силы. Из-

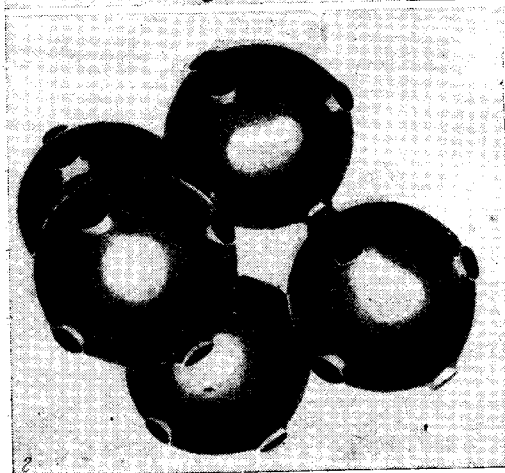
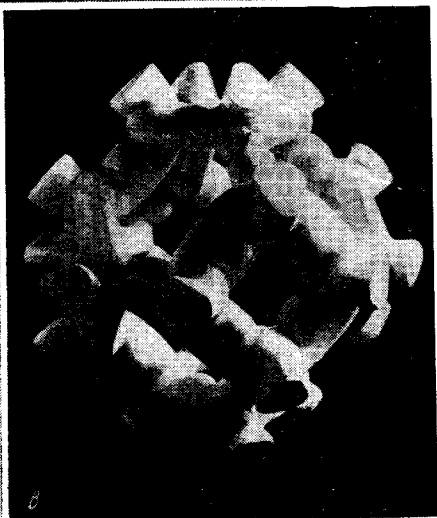
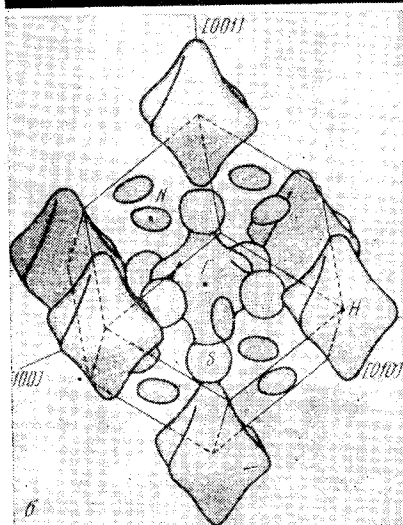
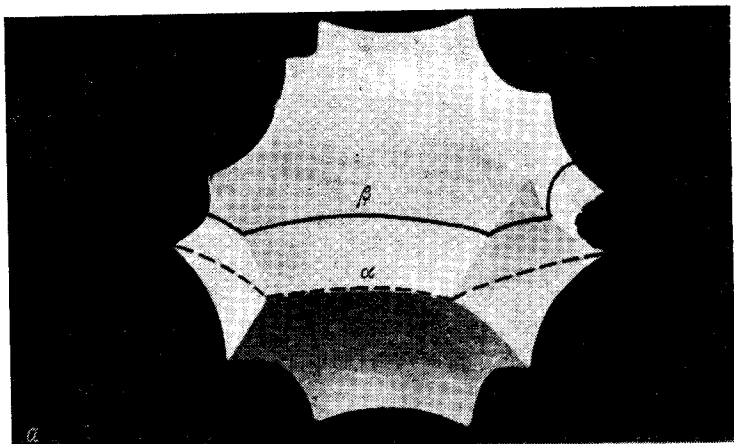


Рис. 1. Примеры ферми-поверхностей различных металлов

a — индий, алюминий;
b — вольфрам, молибден;
c — свинец;
d — благородные металлы: медь, золото, серебро,

Первые две ферми-поверхности называются закрытыми, вторые две — открытыми. Многогранник на рис. 1, *b* — зона Бриллюэна для вольфрама

менение импульса электрона под действием силы F следует закону, аналогичному закону Ньютона

$$\dot{p} = F. \quad (4)$$

Для того, чтобы представить себе, как движется электрон в реальном пространстве, необходимо знать связь импульса p со скоростью v . Для электронов в вакууме эта связь простая: $p = mv$. Однако для электрона в металле импульс нельзя отождествить с величиной mv . Скорость равна градиенту функции $\epsilon(p)$: $v = \nabla_p \epsilon$ и везде направлена по нормали к ферми-поверхности. При этом вектор v , вообще говоря, не параллелен вектору p . Поэтому знание конкретной ферми-поверхности совершенно необходимо для понимания того, как движется под действием внешних сил электрон в металле.

Например, в магнитном поле H

$$\dot{p} = (e/c) [vH] \quad (5)$$

и орбита электрона в импульсном пространстве есть след пересечения ферми-поверхности плоскостью, перпендикулярной магнитному полю H . Так как \dot{p} в (5) — скорость электрона в импульсном пространстве, а v — скорость в обычном пространстве, то из (5) следует, что орбита в p -пространстве и проекция траектории электрона в обычном пространстве на плоскость, перпендикулярную H , подобны с коэффициентом подобия eH/c и повернуты друг относительно друга на 90° . Таким образом, зная ферми-поверхность, мы точно знаем форму всех электронных траекторий при данном направлении магнитного поля. На рис. 2, б изображены замкнутая и спиральная траектории электронов индия, а на рис. 2, а — аналогичные траектории электронов в вакууме.

Посмотрим теперь, что будет происходить в электрическом поле. Введем функцию распределения $f(p)$, равную вероятности того, что состояние p с данным спином занято электроном. Тогда можно сказать, что при абсолютном нуле ферми-поверхность отделяет область $f(p) = 0$ от области $f(p) = 1$. Функция распределения имеет очень большое значение в физике металлов. Через нее, например, выражается электрический ток

$$j = -e \int f(p) v(p) d^3p, \quad (6)$$

где интегрирование производится по всему импульсному пространству. Если электрическое поле нет, то $j = 0$ из-за того, что функции $f(p)$ и $v(p)$ симметричны относительно начала координат, и для каждого электрона найдется другой, движущийся в противоположную сторону. (Равновесную функцию распределения обычно обозначают $f_0(p)$).

Предположим, что электрическое поле E приложено в течение короткого промежутка времени Δt . Подставив в (4) $F = -eE$, получим, что под действием поля область, занятая электронами, сместится как целое на расстояние $eE\Delta t$ (рис. 3). Это смещение

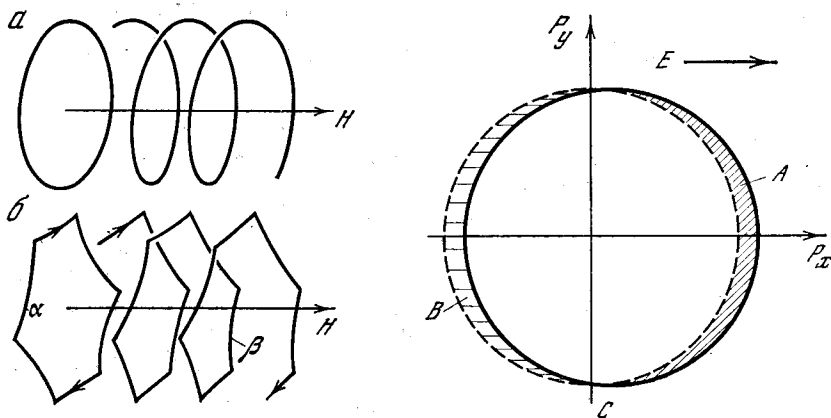


Рис. 2. Траектории электронов в магнитном поле

a — в вакууме; *б* — в индии (соответствуют сечениям α и β на рис. 1)

Рис. 3. Смещение ферми-поверхности в электрическом поле $E \parallel 0x$.

сводится к тому, что электроны появятся в области *A* импульсного пространства ($f(\mathbf{p})$ была 0, стала 1) и уйдут из области *B*. Во всем остальном \mathbf{p} -пространстве функция $f(\mathbf{p})$ не изменится. Интеграл (6) теперь отличен от нуля, так как $f_0(\mathbf{p})$ приобрела несимметричную добавку $f_1(\mathbf{p}) = f(\mathbf{p}) - f_0(\mathbf{p})$. Но изменения $f(\mathbf{p})$ произошли лишь вблизи ферми-поверхности. Вот почему говорят, что лишь электроны на ферми-поверхности играют роль в проводимости. Более того, из рис. 3 видно, что и их вклад неодинаков — вблизи точки *C* нет изменений функции $f(\mathbf{p})$. Вклад в ток, таким образом, пропорционален толщине заштрихованного слоя.

Если бы электроны не испытывали столкновений, то они сохраняли бы приобретенный импульс, и ток был бы и после выключения поля, т. е. металл обладал бы нулевым сопротивлением. Но столкновения будут переводить электроны из области *A* на пустые места в область *B* и через какое-то время τ_p функция $f(\mathbf{p})$ вернется к равновесному виду. В стационарном режиме, когда поле E приложено в течение длительного времени, величина f_1 определится конкуренцией сдвига ферми-поверхности со скоростью, пропорциональной силе eE , и релаксацией через столкновения.

Все сказанное выше содержится в выражении для добавки к функции распределения

$$f_1 = e \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \tau_p E v \cos \varphi, \quad (7)$$

где φ — угол между направлениями поля и скорости. (Множитель $\partial f_0 / \partial \varepsilon$ отличен от нуля только вблизи ферми-поверхности). Время τ_p называют транспортным временем релаксации.

Может сложиться мнение, что, поскольку электроны находятся внутри ионного остова, они будут все время сталкиваться с ионами, проходя между столкновениями расстояния порядка межатомного. Однако это не так, и в этом состоит еще одна особенность поведения электронов в металлах.

Влияние кристаллической решетки проявляется в том, что меняются динамические свойства электрона — ферми-сфера сменилась сложной ферми-поверхностью. Но эта ферми-поверхность описывает уже стационарные квантовомеханические состояния: при идеальной кристаллической решетке частицы на ферми-поверхности имеют постоянные импульс и скорость, т. е. движутся через кристалл без рассеяния. Это утверждение составляет содержание известной теоремы Блоха, объясняющей поведение электрона в металле на основе учета его волновой природы. Согласно этой теореме, металл с идеальной решеткой вообще не должен обладать электросопротивлением. Происходящие в действительности столкновения электронов с решеткой, а следовательно, и наблюдаемое на опыте электросопротивление, связаны с различными отклонениями от строгой периодичности.

Существует ряд различных причин, или, как их называют, механизмов рассеяния. При комнатной температуре основную роль играет тепловое рассеяние: температурные колебания ионов вызывают их смещения относительно положения равновесия, а это нарушает периодичность и приводит к тому, что электроны начинают «замечать» ионы, сталкиваться с ними и рассеиваться. Наше определение чистого металла, сформулированное в начале статьи, подразумевает, что металл находится при низкой температуре. Практически речь идет о гелиевых температурах $T < 5^\circ \text{K}$. При низких температурах важную роль начинают играть и другие механизмы рассеяния, связанные уже со статическими дефектами кристаллов: химическими примесями, границами отдельных кристаллитов, всевозможными механическими нарушениями периодичности. Например, как это ни парадоксально, но, двигаясь беспрепятственно внутри решетки из атомов, электрон «сталкивается» с пустым, незаполненным узлом этой решетки, рассеивается на вакансии.

Наиболее полной количественной (и в некотором смысле первичной) характеристикой рассеяния на совокупности рассеивателей какого-то конкретного типа является величина $w(p, p')$ — вероятность перехода в единицу времени электрона из состояния с импульсом p в состояние с импульсом p' . Вероятность $w(p, p')$ определяется свойствами объектов, на которых рассеивается электрон, и зависит как от начального, так и конечного положений электрона на поверхности Ферми.

В эксперименте, однако, непосредственно эту величину измерить не удастся — она обычно входит в измеряемые величины в проинтегрированном виде. Поэтому чаще пользуются другими характеристиками рассеяния. Например, почти всегда рассея-

ние можно охарактеризовать временем жизни $\tau(\mathbf{p})$ электрона в состоянии \mathbf{p} , которое обратно пропорционально полной вероятности рассеяния. Полная вероятность равна сумме вероятностей $w(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ рассеяния во все конечные состояния \mathbf{p}' :

$$\tau^{-1}(\mathbf{p}) = \sum_{\mathbf{p}'} w(\mathbf{p}, \mathbf{p}'). \quad (8)$$

Естественно, что этому τ соответствует длина пробега $l = v\tau$.

Следует подчеркнуть, что введенная в (8) величина τ может существенно отличаться от транспортного времени релаксации τ_r . Ниже мы встретимся с такими примерами.

При описании столкновений электронов со статическими дефектами используют также и понятие сечения рассеяния. Это особенно удобно, если величина w не зависит от начального импульса и является функцией лишь от угла θ между начальным импульсом \mathbf{p} и конечным \mathbf{p}' .

Дифференциальное сечение рассеяния равно вероятности изменения направления импульса на угол θ , нормированное на единицу потока и на один рассеивающий центр. Падающий поток, нормированный на плотность (один электрон в единице объема), как раз равен v — скорости электрона. Таким образом,

$$\sigma(\theta) = w(\theta)/vC, \quad (9)$$

где C — количество рассеивающих центров в $см^{-3}$. Полное сечение рассеяния на точечном дефекте равно

$$\Sigma = 2\pi \int_0^{\pi} \sigma(\theta) \sin \theta d\theta. \quad (10)$$

Дифференциальное сечение рассеяния $\sigma(\theta)$ имеет размерность площади и равно в классической модели площади кольца $2\pi r \Delta r$ (r — прицельное расстояние), нормального к падающему пучку электронов, через которое должны пройти электроны, чтобы рассеяться в интервал углов от θ до $\theta + d\theta$. Величина Σ связана с длиной пробега l известной формулой кинетической теории газов

$$\Sigma = 1/l. \quad (11)$$

В реальном металле одновременно может присутствовать несколько типов нарушений периодичности. В общем случае вычислить полную вероятность рассеяния электрона трудно. Однако в случае чистого металла, когда концентрация дефектов невелика, задача несколько упрощается: можно пренебречь взаимодействием между дефектами и считать, что рассеяние происходит независимо на каждом i -м типе дефектов, а полная вероятность w равна сумме вероятностей рассеяния:

$$w = \sum_i w_i. \quad (12)$$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ

Электросопротивление. Подставив выражение для добавки к функции распределения (7) в формулу (6), получим хорошо известное выражение для электросопротивления ρ

$$j = \frac{E}{\rho} = \left(\frac{Ne^2\tau_p}{m} \right) E. \quad (13)$$

Эффективность вклада различных процессов рассеяния в релаксацию неравновесной добавки к функции распределения неодинакова. Элементарный акт рассеяния влияет на сопротивление тем значительнее, чем больше он изменяет направление скорости электрона. Это учитывается множителем $(1 - \cos \theta)$ в формуле, выражающей τ_p через $w(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$

$$\tau_p = \left[\sum_{\mathbf{p}'} w(\mathbf{p}, \mathbf{p}') (1 - \cos \theta) \right]^{-1}, \quad (14)$$

где черта означает усреднение по всем \mathbf{p} на поверхности Ферми. Действительно, при каждом акте рассеяния на угол θ относительное уменьшение скорости электрона в направлении первоначального движения равно $(1 - \cos \theta)$, соответственно уменьшается и вклад в электрический ток. В результате процессы рассеяния на малый угол ($\theta \ll 1$) входят в выражение (13) для транспортного времени релаксации с малым весом $(1 - \cos \theta) \approx \theta^2/2 \ll 1$. В этом суть различия между τ и τ_p .

Обсуждавшаяся ранее аддитивность рассеяния (12) приводит в первом приближении к аддитивности сопротивлений, обусловленных разными рассеивателями (правило Маттиссена)

$$\rho = \sum_i \rho_i. \quad (15)$$

Однако этим правилом следует пользоваться с большой осторожностью, так как оно часто нарушается [1].

Классический способ измерения сопротивления состоит в том, что к образцу, имеющему форму длинного стержня, принаивают четыре контакта (рис. 4, а), через два крайних пропускают ток I и измеряют разность потенциалов U между двумя средними. Из величины сопротивления $R = U/I$ и известных размеров стержня определяют удельное сопротивление ρ . Этот способ обладает недостатками. Если сопротивление ρ очень мало, то для того, чтобы замерить U , приходится либо увеличивать измерительный ток, либо уменьшать диаметр стержня. И то и другое часто нежелательно: увеличение тока сопровождается ростом его собственного магнитного поля, влияющего на ρ , а уменьшать диаметр можно лишь до тех пор, пока он остается больше длины свободного пробега.

Поэтому часто используют другой метод [2]. Образец произвольной формы подвешивают во вращающемся магнитном поле. При этом возникает вращающий момент, обусловленный взаимо-

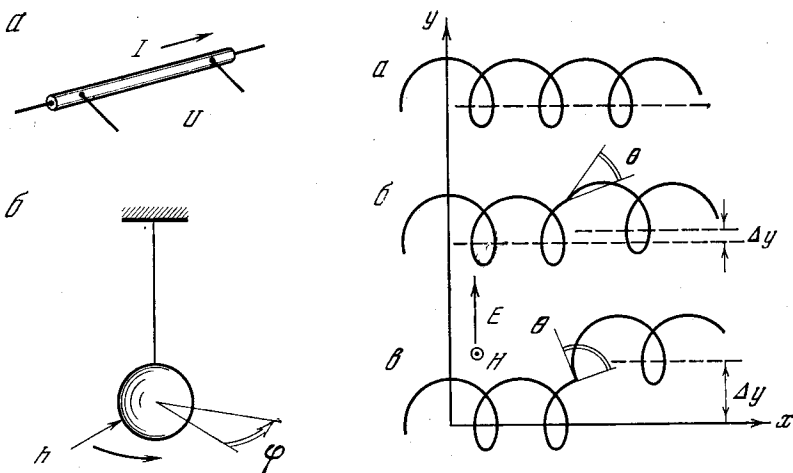


Рис. 4. Методы измерения электросопротивления

a — четырехконтактный метод; *b* — метод Шарвина — Зернова
h — измерительное магнитное поле, вращающееся в горизонтальной плоскости)

Рис. 5. Движение электрона в скрещенных электрическом $E \parallel Oy$ и магнитном $H \parallel Oz$ полях

a — в отсутствие столкновений; *b* — при рассеянии на малый угол; *в* — при рассеянии на большой угол. Δy — смещение центра орбиты вдоль электрического поля

действием с полем текущих по образцу токов Фуко. Величина этих токов, а следовательно, и величина момента зависят от ρ , что и позволяет в принципе определять ρ по углу ϕ закручивания нити подвеса (рис. 4, *b*). Вычислить абсолютное значение ρ можно только, если образец имеет правильную форму (шар или цилиндр). Но обычно можно ограничиться относительными измерениями, определяя, во сколько раз меняется ρ , например, при изменении температуры.

Магнитосопротивление. Сведения о рассеянии электронов можно получить также и из измерений поперечного магнитосопротивления. В своих пояснениях ограничимся для простоты случаем замкнутых ферми-поверхностей. Хорошо известно, что в скрещенных электрическом E и сильном магнитном H полях электрон дрейфует в направлении поперек их обоих, одновременно вращаясь в плоскости, перпендикулярной H . Поэтому без рассеяния вообще не должно было бы быть тока вдоль E (рис. 5, *a*). Столкновения, меняя фазу вращения электрона, тем самым смещают положение центра орбиты вдоль E (рис. 5, *b, в*) и создают ток $j_y = \rho_{yy}^{-1} E_y$. Нетрудно видеть, что малые углы рассеяния, т. е. малые изменения фазы, незначительно сдвигают центр орбиты и вносят соответственно малый вклад в ток.

Таким образом, зависимость тока j_y от частоты столкновений обратная по сравнению с зависимостью в отсутствие магнитного поля: чем больше столкновений, тем больше ток. При этом максимальный вклад в ток j_y вносят те электроны, вероятность рассеяния для которых максимальна, а в отсутствие магнитного поля, наоборот, ток определяется теми электронами, которые редко сталкиваются с рассеивателями. Это различие отражено в формуле для тока

$$j_y = \rho_{yy}^{-1} E_y \sim H^{-2} \sum_{p'} w(p, p') (1 - \cos \theta) E_y \sim H^{-2} \tau_H^{-1} E_y \quad (16)$$

(ср. с (14)), где усредняется обратная, по сравнению с (16), величина). Эта разница существенна при сильной анизотропии рассеяния.

Таким образом, даже в рассмотренном простейшем случае информация о рассеянии, получаемая из данных по сопротивлению в нулевом и в сильном магнитном поле, различна.

Применяя выше термин сильное магнитное поле, мы подразумевали, что поле таково, что электрон успевает без рассеяния совершить достаточно много оборотов по своей траектории. Математически это условие имеет вид неравенства

$$\Omega \tau \gg 1, \quad (17)$$

где $\Omega = eH/mc$ — ларморовская частота, а e и m_c — заряд и циклотронная масса электрона, c — скорость света.

Геликоны. Для измерения магнитосопротивления тоже существует, помимо обычного четырехконтактного, бесконтактный метод. Он основан на том сравнительно недавно обнаруженном явлении, что в сильном магнитном поле в металле могут распространяться электромагнитные волны. Последовательное обсуждение природы этих волн не входит в нашу задачу. Ограничимся поэтому простейшим рассуждением, относящимся, строго говоря, лишь к одному из типов волн — к геликонам.

Из-за того, что электрон движется в скрещенных полях перпендикулярно \mathbf{E} , электрическое поле не совершает над ним работы. Поэтому возможна такая ситуация, когда падающая на поверхность металла электромагнитная волна с вектором \mathbf{E} , перпендикулярным внешнему постоянному полю \mathbf{H} , будет распространяться в металле. Поглощение этой волны будет целиком определяться столкновениями, смещающими электроны вдоль поля \mathbf{E} , и малость поглощения обуславливается выполнением условия (17).

Электрический вектор волны при распространении описывает спираль, отсюда и произошло название — геликон. Длина волны геликона зависит от частоты ω , от величины магнитного поля и концентрации электронов N

$$\lambda_h = (\pi c H / N e \omega)^{1/2}. \quad (18)$$

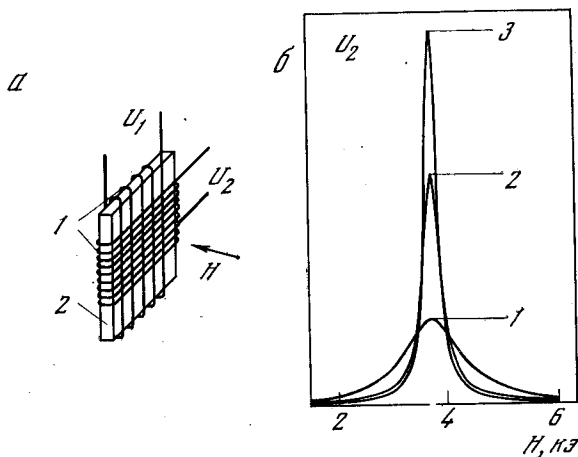


Рис. 6. Наблюдение геликонных резонансов

a — геометрия эксперимента: 1 — скрещенные катушки, 2 — образец в виде плоскопараллельной пластинки размерами порядка $10 \times 10 \times 1$ мм³; *b* — геликонные резонансы в индии на частоте 181 гц при разных длинах свободного пробега электронов: 1 — $l \approx 0,26$ мкм; 2 — 0,72; 3 — 1,2 (из работы [3]). U_1 и U_2 — напряжения на катушках

Если на толщине металлической пластинки укладывается целое число полувольт, то возникает резонанс (рис. 6). Добротность Q резонансной кривой обусловлена затуханием в пластинке, т. е. величиной τ_H , определяющей магнитосопротивление ρ_{yy} (16),

$$Q \sim \tau_H H. \quad (19)$$

Эффекты на экстремальных траекториях. В величину сопротивления, равно как и магнитосопротивления, вносят вклад электроны практически всей ферми-поверхности. Поэтому данные, получаемые из этих экспериментов (величины τ_p и τ_H), усреднены по всей ферми-поверхности. Вместе с тем в физике металлов известен ряд эффектов, обусловленных лишь отдельными участками ферми-поверхности. Когда из таких эффектов удается получить данные о рассеянии, то появляется возможность сравнивать рассеяние на разных участках.

Выше упоминалось об орбитах электронов в импульсном пространстве (см. (5)). Введя независимую переменную p_H , компоненту импульса вдоль H , можно сказать, что каждому p_H соответствует своя орбита, находящаяся на плоскости, отстоящей от начала координат на величину p_H . Параметры (время обращения, размер и т. д.) у всех орбит разные. Оказалось, что во многих кинетических свойствах металлов особую роль играют орбиты с экстремальными параметрами и что их вклад можно выделить. Такие орбиты есть при любых направлениях магнитного поля. Экстремальными значениями параметров обладают, в част-

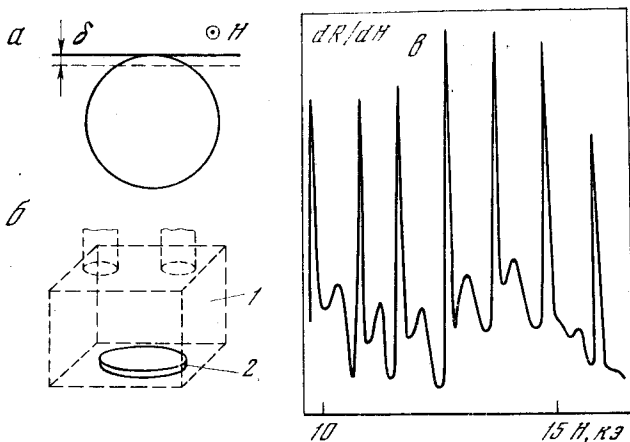


Рис. 8. Наблюдение циклотронного резонанса

a — электронная орбита, проходящая через скин-слой; *b* — геометрия опыта: 1 — резонатор СВЧ, 2 — образец; *c* — экспериментальная запись циклотронных резонансов в меди на частоте $f = 3,2 \cdot 10^{11}$ гц, dR/dH — производная действительной части высокочастотного поверхностного сопротивления (из работы [4])

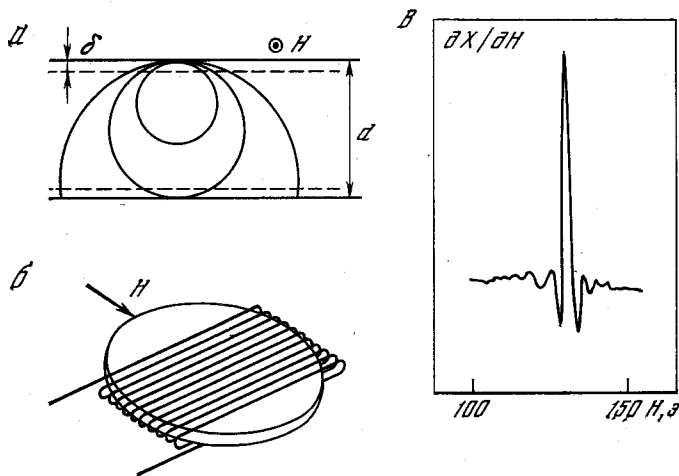


Рис. 9. Наблюдение радиочастотного размерного эффекта

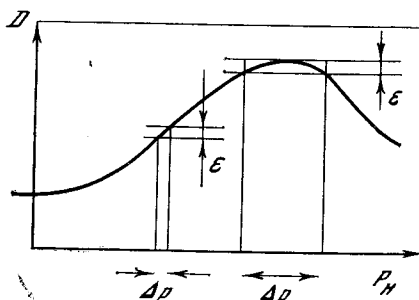
a — разные возможные соотношения между толщиной пластинки d и диаметром траектории; *b* — образец в катушке; *c* — линия размерного эффекта на частоте $1,5 \cdot 10^6$ гц на монокристаллической пластинке олова толщиной 0,56 мм, dX/dH — производная мнимой части высокочастотного поверхностного сопротивления (из работы [5])

ности, центральные сечения, лежащие в плоскости, проходящей через центр симметрии ферми-поверхности.

Рассмотрим для примера циклотронный резонанс. Пусть на поверхность металла падает электромагнитная волна частотой $\omega \sim 10^{10}$ гц. Она затухает в скин-слое на глубине $\delta \sim 10^{-5}$ см. Пусть, кроме того, на металл наложено магнитное поле, параллельное поверхности, такое, что радиус электронных траекторий $R \gg \delta$. Если, кроме того, длина пробега электронов $l \gg R$ и электрон несколько раз возвращается в скин-слой (рис. 8), то при изменении магнитного поля будет наступать циклотронный резонанс всякий раз, когда за время обращения электрона к моменту

Рис. 7. Зависимость параметра орбиты D (циклотронная частота, размер орбиты и т. д.) от компоненты импульса p_H вдоль магнитного поля

Δp — ширина слоя орбит с разбросом вокруг среднего значения параметра D , меньшим ϵ , вблизи экстремального сечения и вдали от него



его возвращения в скин-слой фаза электрического поля в скин-слое изменяется на число, кратное 2π :

$$\omega = n\Omega, \quad n — \text{целое число.} \quad (20)$$

Величины n и Ω — разные для различных орбит, и резонансы от разных орбит, вообще говоря, гасят друг друга. Исключение составляют орбиты с экстремальными значениями Ω_0 . Вблизи этих орбит $\partial\Omega/\partial p_H = 0$, так что слой орбит Δp с примерно одинаковыми циклотронными частотами $(\Omega - \Omega_0) < \epsilon$ существенно шире (см. рис. 7). Резонанс от них наблюдается в виде узких линий (рис. 8, в), ширина которых определяется рассеянием, причем рассеянием лишь из тех начальных состояний p , которые лежат вдоль экстремальной орбиты.

Другой пример — радиочастотный размерный эффект. Если взять частоту на несколько порядков меньше, чем в циклотронном резонансе: $\omega \approx 10^6$ гц, а образец — в виде плоскопараллельной пластинки, то, меняя поле H , можно зафиксировать момент, когда диаметр экстремальной траектории окажется равным толщине пластинки (рис. 9). Здесь от рассеяния зависит уже не ширина, а амплитуда линии, потому что она пропорциональна количеству электронов с экстремальной орбиты, прошедших без рассеяния путь от одной стороны пластинки до другой.

Из-за недостатка места мы не будем останавливаться на других эффектах на экстремальных траекториях, таких, как осцилляции поглощения ультразвука, резонансы на магнитных поверхностных

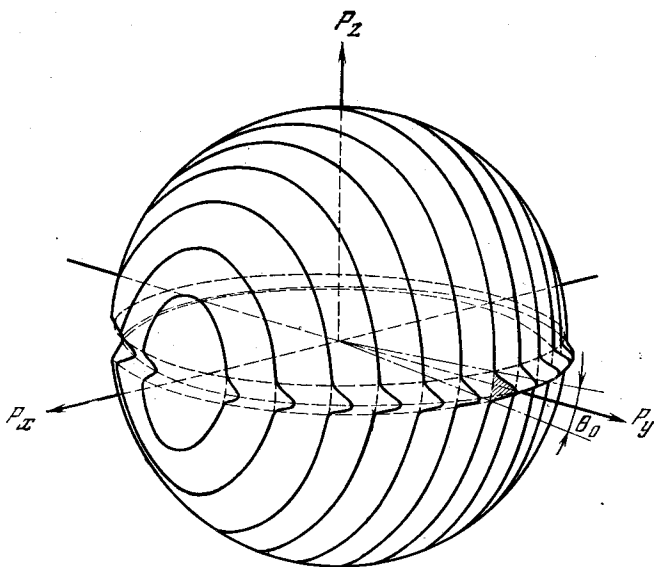


Рис. 10. Добавка к равновесной функции распределения при падении на поверхность металла высокочастотной волны (сосредоточена в узком слое) Магнитное поле $\mathbf{H} \parallel O_x$; угол $\theta_0 \approx \delta/R$, R — циклотронный радиус

уровнях и др. Укажем только на одну общую и очень важную особенность всех этих эффектов.

Неравновесная добавка $f_1(\mathbf{p})$, определяющая, какие электроны формируют токи в металле, сильно локализована на ферми-поверхности (рис. 10, ср. с рис. 3). В ряде случаев угловые размеры θ_0 -области, в которой $f_1(\mathbf{p}) \neq 0$, удается уменьшить до $2-3^\circ$. Всякий акт рассеяния, выводящий электрон из этой области, равноэффективен, независимо от положения конечного состояния \mathbf{p}' и от угла $\theta > \theta_0$. Поэтому измеряемая величина τ связана с ω не формулами (14) или (16), а формулой типа (8), в которой из суммы выкинуты члены с \mathbf{p}' в области $f_1(\mathbf{p}) \neq 0$, т. е. с \mathbf{p}' , отстоящими от \mathbf{p} на угол, меньший θ_0 . Таким образом, эффекты на экстремальных траекториях более чувствительны к малоугловому рассеянию, чем сопротивление и магнитосопротивление (если, конечно, угол θ_0 достаточно мал).

Эффект де Гааза — ван Альфена. Среди эффектов на экстремальных траекториях несколько особняком стоит эффект де Гааза—ван Альфена, имеющий не классическую, а квантовую природу. Согласно правилу квантования Бора — Зоммерфельда, разрешенными являются лишь те траектории, через площадь S которых проходит целое число квантов магнитного потока Φ

$$\Phi = HS(H) = n(2\pi\hbar c/e), \quad n - \text{целое число.} \quad (21)$$

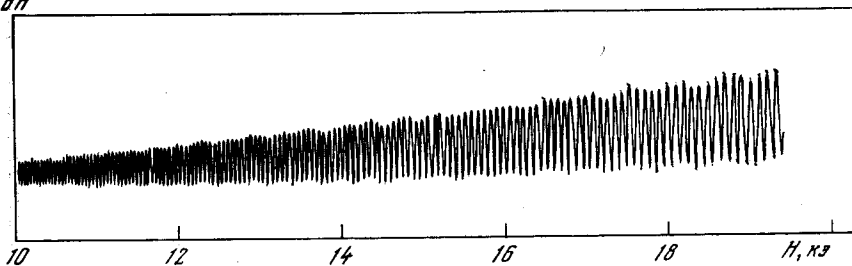


Рис. 11. Пример записи квантовых осцилляций магнитной восприимчивости $\partial M/\partial H$ в алюминии при $T = 1,3^\circ \text{ K}$
Магнитное поле H [011] (из работы [6])

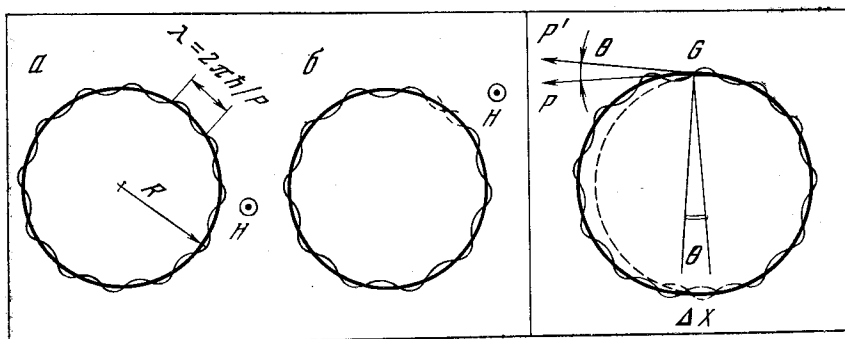


Рис. 12. Квантование орбит в магнитном поле
а — разрешенная орбита; б — запрещенная орбита

Рис. 13. Сбой фазы электронной волны в результате рассеяния в точке G .
 $\Delta X \approx R\theta$.

При изменении магнитного поля траектория, соответствующая экстремальной орбите, оказывается то разрешенной, то запрещенной. Это приводит к осцилляциям всех термодинамических и кинетических характеристик металла (рис. 11).

Условия Бора — Зоммерфельда эквивалентны тому, что на длине классической траектории укладывается целое число длин электронных волн (рис. 12). При этом движение всех электронов металла происходит когерентно, т. е. все электронные волновые процессы протекают согласованно во времени. Столкновения приводят к скачкообразному изменению фазы электронной волны на орбите (рис. 13) и, таким образом, нарушают когерентность, что приводит к уменьшению амплитуды осцилляций. Угол рассеяния, при котором изменение фазы становится существенным, можно оценить по формуле

$$\theta_0 \approx \lambda/R \approx 1/n, \quad (22)$$

где n — число электронных волн λ на длине траектории (см. рис. 13).

В реальных условиях $n \sim 10^4$, так что оказывается существенным рассеяние на угол $\sim 1'$. Таким образом, эффект де Гааза — ван Альфена чувствителен к рассеянию на углы приблизительно в 100 раз меньшие, чем другие эффекты на экстремальных траекториях.

Эффект де Гааза — ван Альфена, как и все другие эффекты на экстремальных траекториях, позволяет получить данные о вероятности рассеяния электрона в зависимости от его положения на ферми-поверхности. Эксперимент при каждом конкретном направлении магнитного поля дает данные о вероятности рассеяния, усредненной вдоль соответствующей экстремальной орбиты j

$$\tau_j^{-1} = \frac{1}{2\pi m} \oint \frac{\tau^{-1}(\mathbf{p})}{v_{\perp}} d\mathbf{p}, \quad (23)$$

где весовой множитель $1/v_{\perp}$ под интегралом учитывает изменение скорости электрона вдоль орбиты. Если эксперименты проделаны для достаточно большого количества различных орбит, то соответствующая математическая процедура позволяет с помощью компьютера получить из τ_j саму функцию $\tau(\mathbf{p})$. Ниже мы приведем примеры подобных функций.

РАЗЛИЧНЫЕ ТИПЫ РАССЕИВАТЕЛЕЙ

Точечные дефекты. Под точечными дефектами мы будем понимать статические нарушения периодичности решетки малых размеров, такие, как примесные атомы других элементов, вакансии, межузельные атомы.

Рассеяние на точечных дефектах обычно происходит упруго, т. е. энергия до и после столкновения одинакова. Электрон при этом меняет только свое положение на поверхности Ферми.

Рассеяние электрона происходит за счет электрических, упругих и магнитных полей, создаваемых дефектом. Но из-за большого количества электронов электрическое поле в металле на межатомном расстоянии уже практически полностью экранировано. Поэтому сечения рассеяния на немагнитных дефектах обычно имеют размеры порядка квадрата межатомного расстояния и различаются между собой не более, чем раз в 10. Различие, вероятно, в основном появляется благодаря разным полям упругих напряжений, окружающим дефект, а также чисто квантовым эффектам. Сечения рассеяния на магнитных дефектах, например атомах переходных металлов, могут быть значительно больше.

Из-за малости сечений рассеяние на точечных дефектах изотропно: $w(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ не зависит от \mathbf{p}' . Такой рассеивающий центр в некотором смысле подобен твердому шарикку. При изотропном рассеянии $(1 - \cos \theta) \approx 1$ и время релаксации τ_p в (7), (14), а также τ_H из (16) должны быть примерно равны времени между отдельны-

Таблица 1
Некоторые результаты измерений ρ/C (мком·см/ат%)

Металл-матрица	Металл-примесь							
	Zn	Cd	Hg	In	Tl	Sn	Pb	Bi
Ag[7]	0,6	0,4	0,8	1,8	2,2	4,3	4,6	7,3
Al[10]	0,22—0,35	0,6	—	—	—	0,90	1,00	1,30
Au[7]	0,95	0,63	0,44	1,4	1,9	3,36	3,9	6,5
Cd[12]	0,08	0	0,24	0,54	1,30	1,99	4,17	—
Cu[7]	0,3	0,3	1,0	1,1	—	3,1	3,3	—
Hg[10]	0,34	—	0	0,44	0,32	2,10	2,63	4,85
Ga[10]	2,50	0,62	4,75	0,05—0,8	4,80	0,4—1,8	3,3—3,5	—
In[10]	—	—	—	0	—	0,47	0,51	1,82
Pb[10]	—	2,30	4,75	0,5—1,2	0,71	0,26—0,45	0	1,0—1,6
Sn[10]	0,78	1,42	1,27	0,44	0,88	0	0,55	0,86

ми столкновениями $\tau(p)$ в (8). Это дает возможность измерять полные сечения рассеяния непосредственно по измерениям электросопротивления.

Экспериментальному определению значений сечений рассеяния электронов конкретными примесями посвящено много работ. Ряд результатов приведен в табл. 1. В таблице помещены не значения Σ , а величина, непосредственно измеряемая в эксперименте:

$$\rho/C = (mv_F/Ne^2V_0)\Sigma, \text{ мком}\cdot\text{см/ат}\ \%, \quad (24)$$

где $V_0 = 10^2 (V/N_0)$, N_0 — число атомов металла в объеме V .

Для примесей, растворенных в благородных металлах, установлено эмпирическое правило Линде

$$\rho/C = a + b (\Delta z)^2, \quad (25)$$

где a и b — константы, зависящие от металла-матрицы и места, которое занимает в периодической системе примесный атом, Δz — разность валентностей атомов растворителя и примеси. Для примеси переходных элементов поведение ρ/C становится более сложным [9]. В поливалентных металлах правило Линде выполняется обычно плохо [10].

В металлах сечения рассеяния электронов на точечных дефектах практически не зависят от температуры. Это связано с тем, что от температуры не зависит скорость фермиевских электронов (изменения скорости $\sim (kT/\epsilon_F)^{1/2} \ll 1$).

В последнее время стали появляться данные о зависимости сечения рассеяния от положения электрона на ферми-поверхности или, другими словами, о зависимости $\tau^{-1}(p) \sim \oint w(p, p') d^2p'$, где интегрирование производится по всей ферми-поверхности.

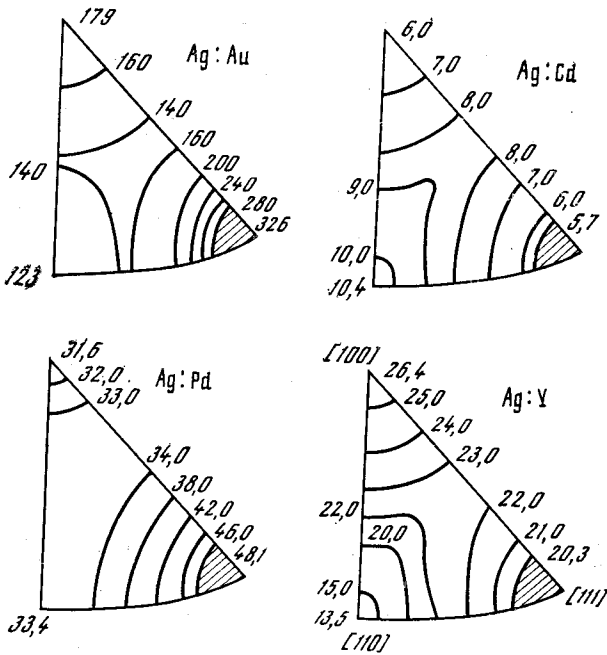


Рис. 14. Анизотропия времени жизни электрона $\tau(p)$ при рассеянии на различных примесях в серебре

Стереографические проекции линий $\tau(p) = \text{const}$ в единицах 10^{-16} сек, $C = 1$ ат. % (из работы [11])

Измерения проводились с помощью эффекта де Гааза—ван Альфена. На рис. 14 показаны экспериментальные результаты исследования рассеяния электронов на примесных атомах Au, Cd, Pd и Y, растворенных в серебре [11]. Ферми-поверхность серебра была приведена на рис. 1. Благодаря симметрии все физически неэквивалентные точки ферми-поверхности могут быть спроектированы в треугольник на поверхности единичной сферы. При этом часть треугольника, соответствующая области перешейка в окрестности направления [111], окажется незаполненной (на стереографических проекциях рис. 14 она заштрихована). Линии на стереографических проекциях являются линиями, на которых время жизни электронов постоянно. Видно, что времена жизни электронов для разных участков поверхности Ферми могут отличаться в несколько раз, причем для разных примесей наиболее интенсивное рассеяние происходит на разных участках.

Электрические измерения, особенно измерения электросопротивления при гелиевых температурах, обычно используются для оценки количества примесей в металле. Этот метод фактически опирается на обсуждавшиеся выше свойства рассеяния на точечных дефектах: независимость от температуры и изотропность рас-

сеяния, приводящую к тому, что транспортное время релаксации совпадает с полным. Предполагается также аддитивность рассеяния, т. е. предполагается, что вероятность рассеяния, а поэтому и сопротивление, пропорциональны количеству рассеивающих центров (см. (24), (25)). Это предположение, вообще говоря, справедливо лишь при достаточно малом количестве центров и только в том случае, если эти центры распределены в металле хаотически.

Однако известно, что, например, после длительных гомогенизирующих отжигов электросопротивление (а следовательно, и ρ/C) может существенно измениться [12]. Существенно изменяется электросопротивление некоторых металлов и после отжига в кислороде [13]. Изменения, происходящие при этом в металлах, столь незначительны, что зачастую изменение сопротивления является чуть ли не единственным их свидетельством. Поэтому суть этих изменений известна пока плохо. По-видимому, можно лишь утверждать, что дело не в изменении электронного состояния примесей, а скорей в их перемещениях: сегрегации, упорядочении и т. п.

Дислокации. Среди различных типов нарушений периодичности кристаллической решетки, приводящих к рассеянию электронов, дислокации занимают особое место. Во-первых, они являются протяженными дефектами и простираются на сотни тысяч межатомных расстояний. Во-вторых, упругое возмущение, вносимое в решетку дислокацией, в направлении, перпендикулярном ее оси, спадает очень медленно: оно пропорционально $1/r$, r — расстояние до оси.

Можно отметить две особенности рассеяния на дислокациях. Вероятность рассеяния на множестве дислокаций одного направления должна зависеть от направления исходной скорости электрона, от того, движется ли электрон параллельно оси дислокаций или перпендикулярно ей. Эта анизотропия, однако, экспериментально пока не изучена, вероятно, из-за того, что при деформации в кристалле обычно образуются дислокации одновременно различных направлений.

Кроме того, вероятность рассеяния электрона, движущегося перпендикулярно оси дислокации, можно представить как сумму вероятностей рассеяния на ядре дислокации, области сильного искажения структуры, и на поле упругих напряжений. О рассеянии на ядре, как, впрочем, и о самом ядре дислокаций, известно сравнительно мало. Вероятно, ядро имеет поперечный размер 2—5 межатомных расстояний и сечение рассеяния на нем должно определяться именно этим размером, а само рассеяние должно быть изотропно.

Рассеяние на поле упругих напряжений носит иной характер. Электрон меняет направление движения, даже если он пролетает на больших прицельных расстояниях r от оси. Чем больше r , тем меньше угол отклонения θ , но тем больше дифференциальное сечение рассеяния на единицу длины дислокации $\sigma(\theta)$ (рис. 15).

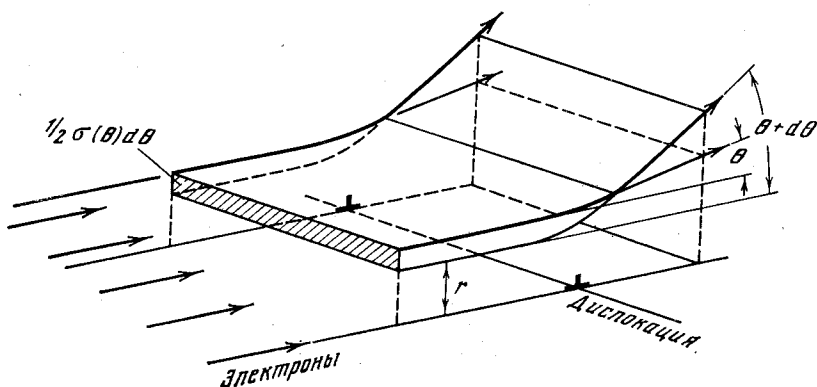


Рис. 15. Схема рассеяния электрона на дислокации в классической модели

В классической физике интеграл, описывающий полную вероятность рассеяния Σ в (10), вообще расходится, и реально расходимость должна обрезаться либо за счет квантовых эффектов, либо, например, за счет взаимодействия дислокаций между собой.

Недавно преимущественно малоугловой характер рассеяния на дислокациях был обнаружен экспериментально [14]. Это удалось сделать путем параллельных измерений сопротивления, амплитуд линий радиочастотного размерного эффекта и амплитуд осцилляций де Гааза—ван Альфена. В измерениях на монокристаллах чистой меди, в которые были введены дислокации, сечения рассеяния получились существенно разные (табл. 2). Они обусловлены разной чувствительностью этих методов к малоугловому рассеянию. Это иллюстрируется рис. 16, на котором измеряемые сечения пропорциональны площади, заштрихованной под кривой зависимости дифференциального сечения рассеяния σ от угла.

В случае изотропного рассеяния, когда $\sigma(\theta) = \text{const}$, разница между соответствующими тремя интегралами очень незначитель-

Таблица 2

Результаты измерений характеристик рассеяния на дислокациях в меди

Название метода	θ_0 , град	τ^{-1} при плотности дислокаций 10^7 см^{-2} , сек^{-1}	σ_{max} , отн. единицы	Σ -сечение на единицу длины дислокации, см
Эффект де Гааза—ван Альфена	0,01	$2 \cdot 10^{11}$	10^6	$2 \cdot 10^{-4}$
Радиочастотный размерный эффект	1	$8 \cdot 10^9$	$5 \cdot 10^3$	$8 \cdot 10^{-6}$
Электросопротивление	45	$5 \cdot 10^7$	1	$5 \cdot 10^{-8}$

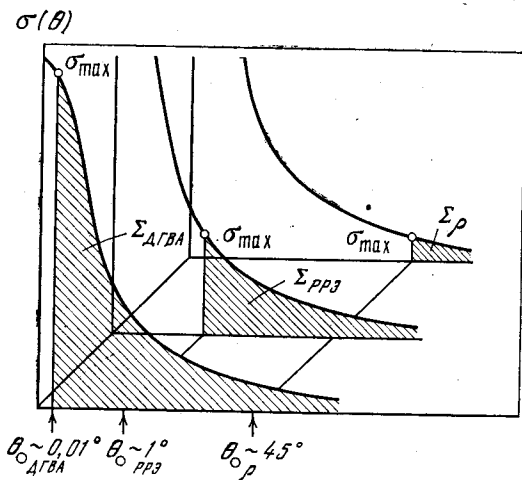


Рис. 16. Сопоставление сечений рассеяния на дислокациях, измеряемых разными методами: по электросопротивлению (ρ), по радиочастотному размерному эффекту (РРЭ) и по эффекту де Гааза — ван Альфена (ДГВА)

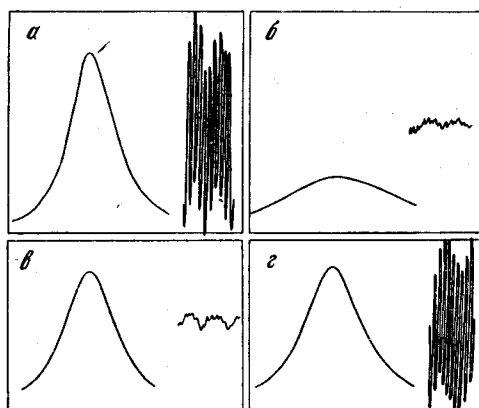


Рис. 17. Экспериментальные записи геликонного резонанса и осцилляций ДГВА в образце алюминия на разных стадиях
 а — образец до деформации;
 б — после деформации на 2% при температуре 1,3° К (в образец введены дислокации и точечные дефекты);
 в — после отжига при 140° С (удалены точечные дефекты);
 г — после отжига при 500° С (удалены дислокации). Поле, в котором наблюдался резонанс $H \approx 7$ кэ, фрагменты записи осцилляций соответствуют $H \approx 13,5$ кэ (из работы [15])

на. И действительно, сечения рассеяния на примесях, получаемые из этих трех различных опытов, практически совпадают.

Разница в характере рассеяния на дислокациях и на точечных дефектах была продемонстрирована в эксперименте [15] по параллельному измерению амплитуды квантовых осцилляций и магнитосопротивления (по ширине геликонных резонансов) на образцах алюминия, в которые сначала путем деформации вводили дислокации и вакансии, а затем специальными отжигами убрали сначала вакансии, потом — дислокации (рис. 17).

В заключение отметим, что хотя качественно обсуждавшиеся экспериментальные результаты совпадают с предсказаниями теории, количественные теоретические оценки сечений всегда оказываются ниже экспериментальных. Не до конца понят и тот факт, что на эксперименте поперечник рассеяния электрона на дислокации зависит от температуры [16].

Тепловые колебания. Рассеяние электронов на тепловых колебаниях описывается на языке столкновений электронов с квантами тепловых колебаний — квазичастицами под названием фононы. Тепловое возбуждение решетки представляют при помощи газа фононов, квазичастиц, каждая из которых обладает определенной энергией $\varepsilon = \hbar\omega$ и квазиимпульсом $q = \varepsilon/s$ (ω — частота, которая может принимать значения от 0 до дебаевской частоты $\omega_D = kT_D/\hbar$, s — скорость звука). Газ фононов подчиняется бозе-статистике. Распределение их по энергиям описывается формулой

$$\varphi(\omega) = [\exp(\hbar\omega/kT) - 1]^{-1}, \quad (26)$$

а количество частиц зависит от температуры. При температурах $kT \ll \hbar\omega_D$ большинство фононов имеет энергию $\varepsilon \approx kT$ и импульс $q \approx kT/s \ll p_F \approx \hbar\omega_D/s$.

При рассеянии электрон поглощает либо испускает фонон, причем при этом должны выполняться законы сохранения энергии и квазиимпульса. Из неравенства $q \ll p_F$ следует, что преимущественный угол рассеяния $\theta \approx \Delta p/p_F = q/p_F \approx T/T_D$ мал и к тому же зависит от температуры.

Вероятность единичного акта рассеяния электрона пропорциональна T^3 . Эта зависимость обусловлена зависимостью от температуры количества фононов и их средней энергии. Если каждый акт рассеяния эффективен в том смысле, что он выводит электрон из области на ферми-поверхности, где неравновесная добавка к функции распределения $f_1(p) \neq 0$, то измеряемое $\tau \sim T^{-3}$.

В эффектах на экстремальных траекториях условие эффективности имеет вид

$$\theta_0 < T/T_D. \quad (27)$$

Его сравнительно несложно выполнить в области гелиевых температур. Измеряемые величины при этом обусловлены полным временем релаксации, которое, естественно, оказывается пропорциональным T^{-3} .

Если же условие (27) нарушено, либо если неравновесная добавка отлична от нуля на всей ферми-поверхности, как в случае электросопротивления на постоянном токе, то в выражение для времени релаксации входит, помимо вероятности рассеяния, еще и транспортный множитель, учитывающий эффективность рассеяния

$$1 - \cos\theta \sim \theta^2 \sim (T/T_D)^2, \quad T/T_D \ll 1. \quad (28)$$

В результате транспортное время релаксации оказывается пропорциональным T^{-5} (закон Блоха — Грюнайзена).

Появление в транспортном времени релаксации дополнительного множителя $(T/T_D)^2$ можно пояснить и иным способом. Поскольку $kT \ll \varepsilon_F$, при рассеянии на фононах энергия электрона практически не изменяется, так что можно считать, что он остается на той же изоэнергетической поверхности. Вдоль поверхности

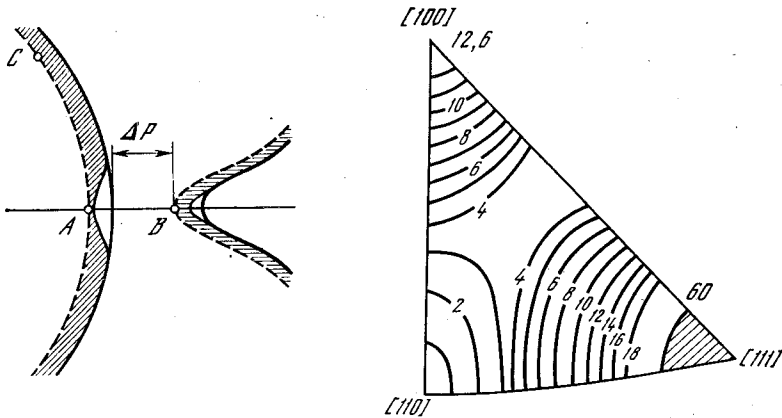


Рис. 18. «Горячие» точки на ферми-поверхности

Пунктир — граница равновесного ферми-распределения, Жирная линия — граница, смещенная электрическим полем при $T = 0$, когда рассеяние обусловлено только статическими дефектами. Заштрихована неравновесная добавка к функции распределения при температуре $kT > \Delta p s$ (s — скорость звука)

Рис. 19. Анизотропия вероятности электрон-фононного рассеяния в серебре. Стереографическая проекция линий $\tau^{-1}(p)/T^3 = \text{const}$ в единицах $10^6 \text{ сек}^{-1} \cdot \text{K}^{-3}$ (из работы [17])

электрон смещается на величину порядка $q \approx kT/s \ll p_F$. Направление смещения каждый раз случайное, так что можно сказать, что электрон диффундирует по ферми-поверхности. Смещение на угол $\theta \approx T/T_D$ есть элементарный шаг в этой диффузии. По закону больших чисел уход на угол порядка единицы, что и означает эффективное рассеяние, произойдет за $1/\theta^2 = (T/T_D)^{-2}$ шагов. Таким образом, множитель $(T_D/T)^2$ это количество столкновений с фононами, необходимое для того, чтобы электрон эффективно рассеялся.

Рассмотрим рис. 18. Предположим, что импульс теплового фонона $q \approx kT/s$ чуть больше расстояния AB между двумя участками ферми-поверхности. Тогда все сказанное относительно диффузии и множителя эффективности $(T_D/T)^2$ справедливо для точки C , но не для точки A . Электрон из точки A может быть переброшен тепловым фононом в окрестность точки B на другой участок поверхности и, следовательно, может сразу резко изменить направление своей скорости. Поэтому темп релаксации из-за фононного рассеяния в точке A эффективно оказывается на несколько порядков выше, чем на остальной ферми-поверхности. Задачу об электросопротивлении можно свести к решению диффузионного уравнения. При этом окрестность точки A служит местом стока диффундирующих частиц. Неравновесная добавка в этой окрестности из-за дополнительного канала рассеяния может существенно уменьшиться. Такие точки на ферми-поверхности называются горячими.

Горячие точки и связанная с ними анизотропия рассеяния, которую можно назвать конфигурационной, особенно существенны в кинетических процессах, обусловленных транспортным временем рассеяния [8]. Полные вероятности рассеяния (частоты столкновений) в точках *A* и *C* из-за наличия другой поверхности различаются сравнительно незначительно.

Гораздо большая разница может быть обусловлена тем, что энергия взаимодействия электрона и фонона, так называемый деформационный потенциал, зависит от положения T электрона на ферми-поверхности. На рис. 19 приведены результаты измерения такой анизотропии для серебра [17], полученные из измерений амплитуд линий размерного эффекта. Видно, что рассеяние на фононах существенно больше различается в разных точках поверхности, чем, например, рассеяние на примесях (рис. 14).

Электрон-электронное рассеяние. Рассеяние на фононах — не единственное, зависящее от температуры. Существует еще и электрон-электронное рассеяние, которое согласно теории должно давать в электросопротивлении вклад, пропорциональный T^2 . Действительно, из-за принципа Паули участвовать в рассеянии могут лишь электроны, находящиеся в размытой части ферми-распределения вблизи ферми-поверхности; количество этих электронов пропорционально T . После рассеяния электрон должен попасть на одно из свободных мест в этой же области энергетического спектра — это дает еще одну степень температуры. В результате вероятность рассеяния оказывается пропорциональной T^2 . Кроме этого, в нее входит еще и плотность состояний вблизи ферми-поверхности.

Квадратичная зависимость сопротивления от температуры действительно наблюдается в ряде переходных металлов, и есть теоретические соображения, объясняющие, почему в переходных металлах электрон-электронное рассеяние более интенсивно, чем в непереходных. Эти соображения обычно основываются на двухзонной модели Мотта. Модель предполагает наличие двух электронных зон: одной с эффективными массами и скоростью, близкими к соответствующим величинам для непереходных металлов (s -зона), и другой с высокой плотностью состояний и соответственно большой массой и малой скоростью на ферми-поверхности (d -зона). Ответственными за перенос заряда в этой модели являются легкие носители, а тяжелые дают малый вклад в ток, но являются центрами рассеяния для легких.

В настоящее время возникли некоторые сомнения относительно применимости этой модели, например, к вольфраму и молибдену, в которых также $\rho(T) \sim T^2$ [18]. Ферми-поверхности и распределение фермиевских скоростей для этих металлов, а также плотность состояний в них известны, и они не объясняют более интенсивное электрон-электронное рассеяние в них по сравнению, например, с алюминием или медью. Поэтому, вероятно, имеется и какая-то особая причина, приводящая к зависимости $\rho \sim T^2$

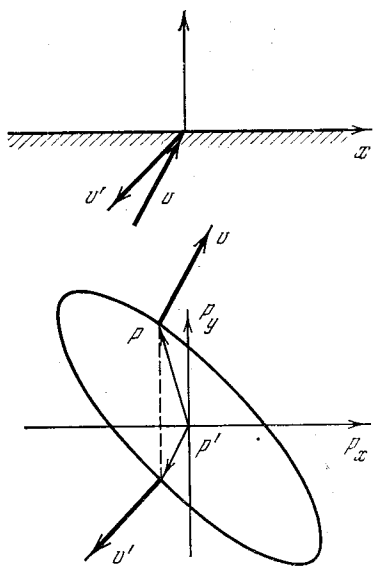


Рис. 20. Зеркальное отражение электрона от поверхности в металле с эллипсоидальной ферми-поверхностью

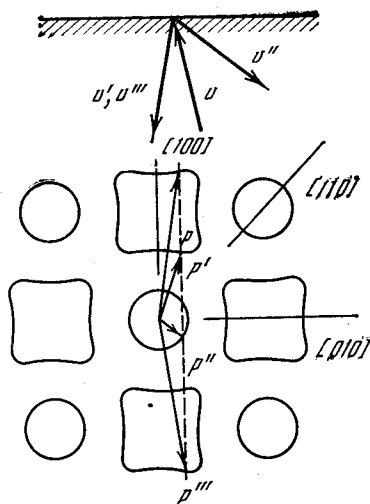


Рис. 21. Статистический характер зеркального отражения в металле с многосвязной ферми-поверхностью

Если расположить поверхность металла перпендикулярно направлению $[110]$, отражение снова станет детерминированным

в переходных металлах, во всяком случае, в вольфраме и молибдене. Возможно, что эта причина связана с видом волновых функций электронов в переходных металлах. Пока этот вопрос остается неясным.

Поверхность металл — вакуум. Характер рассеяния электронов проводимости на поверхности металла сильно зависит от детальной структуры поверхности, способа ее приготовления и последующей обработки.

Наиболее прост для описания, естественно, случай абсолютно гладкой, зеркальной поверхности. Зеркальной можно считать такую поверхность, размеры шероховатостей на которой меньше длины волны электрона. При отражении от такой поверхности у электрона сохраняется тангенциальная проекция импульса p_t . Такое отражение называется зеркальным.

Следует отметить, что в отличие от отражения шарика от стенки при зеркальном отражении не всегда сохраняется тангенциальная компонента скорости электрона v_t . В металле с анизотропной ферми-поверхностью тангенциальные составляющие скорости до и после «зеркального» отражения могут быть даже взаимно проти-

воположны (рис. 20). Более того, в металлах с многосвязной поверхностью Ферми, состоящей из нескольких частей, как, например, у вольфрама (см. рис. 1), может существовать несколько переходов с сохранением p_i (рис. 21), так что даже зеркальное отражение в какой-то степени приобретает вероятностный, статистический характер. Другой крайний случай — это чисто диффузное рассеяние, когда импульс отраженного электрона может быть любым, независимо от импульса падения.

При описании рассеяния на реальной границе металл — вакуум обычно используется простой подход, при котором считается, что часть R -электронов отражается зеркально, а все остальные — диффузно. Параметр R обычно называют коэффициентом зеркальности.

Реальные поверхности имеют механические повреждения, покрыты пленкой адсорбированного вещества или слоем окисла, а так как длина волны электрона порядка межатомного расстояния, то практически все эти нарушения поверхности могут сделать невозможным зеркальное отражение. Поэтому до последнего времени считалось, что отражение электронов проводимости от поверхности металла может иметь только диффузный характер. Исключение составляли полуметаллы (висмут, сурьма), в которых длина волны электронов составляет десятки межатомных расстояний, а также «скользящие» электроны в обычных металлах, летящие под очень малыми углами к поверхности.

В ряде экспериментов [19], проведенных в последние годы, было показано, что на монокристаллах с атомно-гладкой и чистой поверхностью можно получить коэффициент зеркальности, близкий к единице. Критерием служило магнитосопротивление тонких плоскопараллельных пластинок металла, очень чувствительное к характеру отражения на поверхности. Как уже говорилось выше, в безграничном металле в скрещенных магнитном и электрическом полях ток вдоль электрического поля в отсутствии столкновений равен нулю. Наличие зеркально отражающей поверхности приводит в магнитном поле, параллельном поверхности, к появлению тока вдоль поля E за счет орбит, показанных на рис. 22. В достаточно чистом металле, когда столкновений в объеме мало, этот приповерхностный ток может оказаться сравнимым с объемным или даже больше него. (Это явление называется статическим скин-эффектом.) Тогда характер отражения от поверхности будет определять сопротивление образца. Это и наблюдалось экспериментально в работе [19]. Сопротивление образца менялось по мере того, как на его атомно-гладкую чистую поверхность сорбировались атомы кислорода (рис. 23). Выход кривой I на насыщение происходил в тот момент, когда на поверхности образовывался монокристаллический слой сорбента. Отражение при этом становилось, по-видимому, полностью диффузным.

В этих же экспериментах был обнаружен и статистический тип зеркального отражения. Как видно из рис. 1, ферми-поверхность

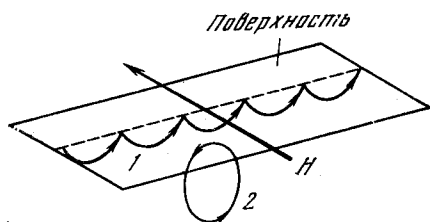


Рис. 22. Электронная орбита в приповерхностном слое, обусловленная зеркальным отражением электрона от поверхности (1) и орбита вдали от поверхности (2)

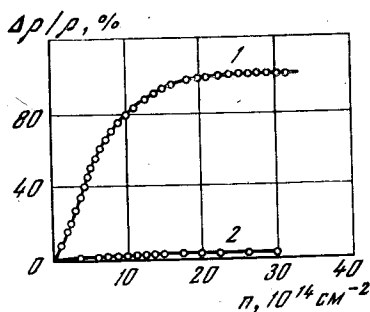


Рис. 23. Зависимость относительного изменения сопротивления тонких ($d = 0,1 \text{ мм}$) кристаллов вольфрама в магнитном поле $H = 8,9 \text{ кэ}$, параллельном поверхности, от количества атомов кислорода, адсорбированных на атомно-гладкой чистой поверхности металла

- 1 — поверхность совпадает с плоскостью (110);
- 2 — поверхность совпадает с плоскостью (100) (из работы [19])

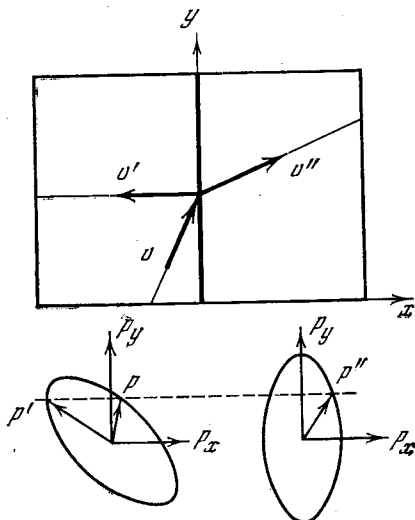


Рис. 24. Когерентное рассеяние на межкристаллической границе

вольфрама состоит из двух больших частей (помимо нескольких маленьких) — в окрестностях точки Γ и точки H обратного пространства. Из сравнения рис. 1 и 21 видно, что при направлении нормали к поверхности вдоль $[100]$ отраженные электроны могут оказаться на различных участках ферми-поверхности. Поэтому зеркальное отражение в этом случае не создает орбит со средним значением скорости вдоль электрического поля, показанных на рис. 22. Соответственно адсорбция газа и переход к истинно диффузному рассеянию оказывает малое влияние на магнитосопротивление (кривая 2 на рис. 23). При нормали вдоль $[110]$ все отраженные состояния физически эквивалентны, так что орбиты у поверхности, показанные на рис. 22, возникают.

Вычисленное из экспериментальных данных значение коэффициента зеркальности для очищенной поверхности вольфрама оказалось равным 0,8, а для молибдена — 0,2—0,6.

Межкристаллические границы. Рассеяние на межкристаллических границах, по-видимому, наименее изучено как теоретиче-

ски, так и экспериментально. Поэтому мы ограничимся лишь общими замечаниями.

Так же, как и при отражении от поверхности, рассеяние на межкристаллической границе может быть когерентное (зеркальное) и диффузное. При когерентном рассеянии должна сохраняться тангенциальная компонента импульса. Это означает, что часть электронов отражается в полном соответствии с законом зеркального отражения, обсуждавшимся выше. Остальные проходят в другой кристаллит, но меняют при этом направление скорости, «преломляются» (рис. 24). При этом, конечно, «коэффициент преломления» зависит от величины сохраняющейся тангенциальной компоненты импульса. При многосвязной поверхности возможно несколько конечных состояний прошедших электронов.

Нам известна лишь одна работа, где сделана попытка выделить рассеяние на единичной межкристаллической границе [20]. Ее результаты, однако, не дают возможности сделать какое-либо заключение о характере рассеяния.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Bass. *Advanc. Phys.*, 1972, 21, 1.
2. В. Зернов, Ю. В. Шарвин. *ЖЭТФ*, 1956, 36, 1038.
3. Е. П. Вольский, В. Т. Петрашов. *ЖЭТФ*, 1973, 64, 254.
4. P. Gouy, G. Weisbuch. *Phys. Kondens. Mater.*, 1969, 9, 200.
5. В. Ф. Гантмахер. *ЖЭТФ*, 1962, 43, 345.
6. Е. П. Вольский, В. Т. Петрашов. *ЖЭТФ*, 1970, 59, 96.
7. Ф. Блатт. *Физика электронной проводимости в твердых телах*. М., «Мир», 1971.
8. А. Д. Бронников, Е. П. Вольский, В. Т. Петрашов, И. И. Разгонов, В. С. Цой. *ЖЭТФ*, 1974, 67, 722.
9. Дж. Займан. *Электроны и фононы*. М., ИЛ, 1962.
10. Б. Н. Александров, В. В. Дукин. *ФММ*, 1972, 34, 966.
11. H. R. Brown, A. Myers. *J. Phys.*, 1972, F2, 683.
12. Б. Н. Александров, В. В. Дукин. *ЖЭТФ*, 1972, 63, 648.
13. A. Clark et al. *J. Appl. Phys.*, 1965, 36, 3358.
14. В. Ф. Гантмахер, В. А. Гаспаров, Г. И. Кулеско, В. Н. Матвеев. *ЖЭТФ*, 1972, 63, 1752.
- 14а. D. W. Terwilliger, J. R. Higgins. *Phys. Rev.*, 1973, B7, 667.
15. Е. П. Вольский, Л. Г. Левченко, В. Т. Петрашов. *ЖЭТФ*, 1973, 65, 319.
16. В. Ф. Гантмахер, Г. И. Кулеско. *ЖЭТФ*, 1974, 67, 2235.
17. В. А. Гаспаров. *ЖЭТФ*, 1975, 68, 2259.
18. В. В. Бойко, В. Ф. Гантмахер, В. А. Гаспаров. *ЖЭТФ*, 1973, 65, 1219.
19. О. А. Панченко, А. А. Харламов, Ю. Г. Птушинский. *ЖЭТФ*, 1974, 67, 780.
20. Б. Н. Александров, Я. С. Кан, Д. Г. Татишвили. Тезисы докладов XVII Всесоюзного совещания по физике низких температур. Донецк, 1972, с. 125.